La Salle Virlecha - Antequera Departamento de Ciencias Curso 2018-2019	**Matemáticas 1** *(1º C)*		
	2ª Evaluación	Global	12 de marzo de 2019
	NOMBRE:		

ACLARACIONES PREVIAS: No se evaluará nada escrito en esta hoja. Poner el nombre en cada una de las hojas. Numerar las hojas. El examen debe hacerse a bolígrafo negro o azul, no evaluándose nada escrito a lápiz. Se permite la calculadora. El orden de realización es indiferente aunque todos los apartados del mismo ejercicio deben ir juntos. Tiempo: 55 minutos.

PUNTUACIÓN: 2puntos cada problema.

1--Dada la función:

$$f(x)=\begin{cases} 2x+1 & si\ x<1 \\ \log_4 x & si\ 1\leq x\leq 4 \\ x^2-15 & si\ x>4 \end{cases}$$

Estudia su continuidad y represéntala

2—Calcula los siguientes límites en los puntos que se indican:

a) $\lim_{x\to 1}\left(\frac{2x-2}{x^2-2x+1}\right)$

b) $\lim_{x\to +\infty}\left(\frac{x^2-3}{x+1}-\frac{x^3+2}{x^2-3}\right)$

c) $\lim_{x\to 2}\left(\frac{2x+2}{x^2-4}\right)$

d) $\lim_{x\to 3}\left(\frac{2x+2}{x^2-4}\right)$

3--

Dadas las funciones:

$$f(x)=\frac{2x+1}{x+5} \qquad g(x)=3x+1$$

Obtén:

a) f^{-1} b) f o g c) g of d) g^{-1}

4-- Estudia las asíntotas de las funciones a) $f(x)=\frac{x-1}{x^2-9}$ b) $g(x)=\frac{x^2+1}{x-1}$

5-- Calcula el dominio de las funciones: a) $f(x)=\sqrt{\frac{x+1}{x^2-9}}$ b) $g(x)=\log\frac{x^2+2}{x}$

Resolución Global 2ª Evaluación.

(1) Si $x<1$ $f(x)$ es continua, por ser una función polinómica.

Si $x=1$

$$\lim_{x\to 1^-} f(x) = \lim_{x\to 1} 2x+1 = 3$$
$$\lim_{x\to 1^+} f(x) = \lim_{x\to 1} \log_4 1 = 0$$

$\lim_{x\to 1^-} f(x) \neq \lim_{x\to 1^+} f(x)$

$\Downarrow$

Discontinuidad de salto finito.

Si $1<x<4$ $f(x)$ es continua, por ser una función logarítmica y estar en su dominio.

Si $x=4$

$$\lim_{x\to 4^-} f(x) = \lim_{x\to 4} \log_4 4 = 1$$
$$\lim_{x\to 4^+} f(x) = \lim_{x\to 4} x^2-15 = 1$$
$$f(4) = \log_4 4$$

$\lim_{x\to 4^-} f(x) = \lim_{x\to 4^+} f(x) = f(4)$

$\Downarrow$

f es continua en 4

Si $x>4$ $f(x)$ es continua, por ser una función polinómica.

Conclusión: $f(x)$ es continua en $\mathbb{R}-\{1\}$. En $x=1$ presenta una discontinuidad de salto finito.

(2) a) $$\lim_{x\to 1} \frac{2x-2}{x^2-2x+1} = \left[\frac{0}{0}\right] = \lim_{x\to 1} \frac{2\cancel{(x-1)}}{(x-1)^{\cancel{2}}} = \lim_{x\to 1} \frac{2}{x-1} = \left[\frac{2}{0}\right]$$

$$\lim_{x\to 1^-} \frac{2}{x-1} = \left[\frac{2}{0^-}\right] = -\infty$$

$$\lim_{x\to 1^+} \frac{2}{x-1} = \left[\frac{2}{0^+}\right] = +\infty$$

b) $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\frac{x^2-3}{x+1} - \frac{x^3+2}{x^2-3} \right) = \lim\limits_{x\to\infty} \left(\frac{(x^2-3)^2-(x+1)(x^3+2)}{(x+1)(x^2-3)} \right) =$

$\lim\limits_{x\to\infty} \frac{x^4+9-6x^2-(x^4+2x+x^3+2)}{x^3-3x+x^2-3} = \lim\limits_{x\to\infty} \frac{-x^3-6x^2-2x+7}{x^3+x^2-3x-3} = \boxed{-1}$

c) $\lim\limits_{x\to 2} \frac{2x+2}{x^2-4} = \left[\frac{6}{0}\right]$

$\lim\limits_{x\to 2^-} \frac{2x+2}{x^2-4} = \left[\frac{6}{0^-}\right] = -\infty$

$\lim\limits_{x\to 2^+} \frac{2x+2}{x^2-4} = \left[\frac{6}{0^+}\right] = +\infty$

d) $\lim\limits_{x\to 3} \frac{2x+2}{x^2-4} = \boxed{\frac{8}{5}}$

3 a) $y = \frac{2x+1}{x+5} \Rightarrow yx+5y = 2x+1 \Rightarrow yx-2x = 1-5y \Rightarrow x(y-2) = 1-5y$

$\Rightarrow x = \frac{1-5y}{y-2} \Rightarrow \boxed{f^{-1}(x) = \frac{1-5x}{x-2}}$

b) $f\circ g(x) = f(g(x)) = f(3x+1) = \frac{2(3x+1)+1}{3x+1+5} = \frac{6x+2+1}{3x+6} = \boxed{\frac{6x+3}{3x+6}}$

$\parallel$

$\frac{2x+1}{x+2}$

c) $g\circ f(x) = g(f(x)) = g\left(\frac{2x+1}{x+5}\right) = 3\left(\frac{2x+1}{x+5}\right)+1$

$= \frac{6x+3}{x+5}+1 = \frac{6x+3+x+5}{x+5} = \boxed{\frac{7x+8}{x+5}}$

d) $y = 3x+1 \Rightarrow y-1 = 3x \Rightarrow x = \frac{y-1}{3} \Rightarrow \boxed{f^{-1}(x) = \frac{x-1}{3}}$

4 a) $f(x) = \frac{x-1}{x^2-9}$

A. Horizontal: $\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = 0 \Rightarrow$ A.H en $\boxed{y=0}$

	Curva	Asíntota	
100	$9'9\times10^{-3}$	0	(Por arriba)
1000	$9'99\times10^{-4}$	0	
-100	-0'0101	0	
-1000	-0'001001	0	(Por abajo)

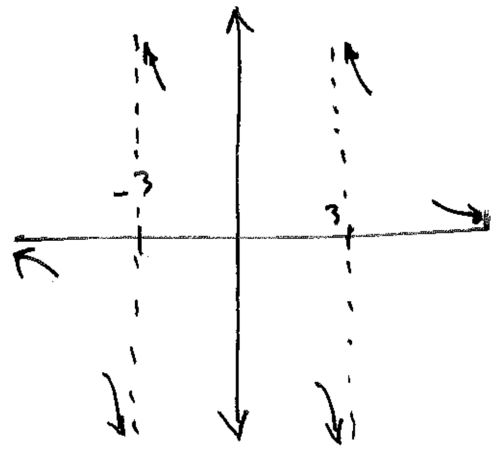
A. verticales $\quad x^2-9=0 \Longrightarrow x=\pm 3$

$$x=-3 \rightarrow \lim_{x\to -3^-} \frac{x-1}{x^2-9} = \left[\frac{-4}{0^+}\right] = -\infty$$

$$\lim_{x\to -3^+} \frac{x-1}{x^2-9} = \left[\frac{-4}{0^-}\right] = +\infty$$

$$x=3 \rightarrow \lim_{x\to 3^-} \frac{x-1}{x^2-9} = \left[\frac{2}{0^-}\right] = -\infty$$

$$\lim_{x\to 3^+} \frac{x-1}{x^2-1} = \left[\frac{2}{0^+}\right] = +\infty$$



Asíntotas verticales:

$$\boxed{\begin{array}{l} x=3 \\ x=-3 \end{array}}$$

b) A verticales $\quad f(x) = \dfrac{x^2+1}{x-1} \qquad x-1=0 \Longrightarrow x=1$

$$\lim_{x\to 1^-} \frac{x^2+1}{x-1} = \left[\frac{2}{0^-}\right] = -\infty$$

$$\lim_{x\to 1^+} \frac{x^2+1}{x-1} = \left[\frac{2}{0^+}\right] = +\infty$$

Asíntota vertical en $x=1$

A oblicuas.

$$m = \lim_{x\to\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x\to\infty} \frac{x^2+1}{x(x-1)} = \lim_{x\to\infty} \frac{x^2+1}{x^2-x} = 1$$

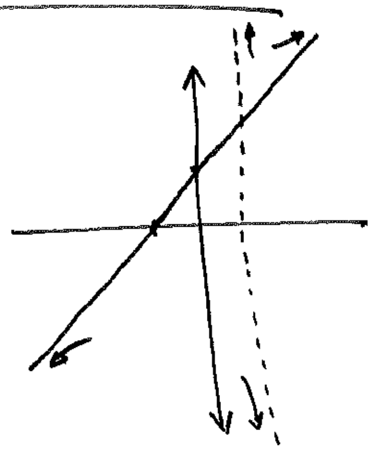
$$n = \lim_{x\to\infty} f(x)-mx = \lim_{x\to\infty} \frac{x^2+1}{x-1} - x = \lim_{x\to\infty} \frac{x^2+1-x^2+x}{x-1} =$$

$$\lim_{x\to\infty} \frac{x+1}{x-1} = 1$$

Así, la ecuación de la asíntota oblicua será:

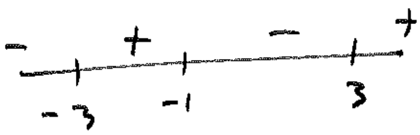
$\boxed{y = x+1}$ Veamos ahora cómo se aproxima:

	curva	asíntota	
100	101'02	101	Por arriba
1000	1001'002	1001	
-100	-99'019	-99	Por abajo.
-1000	-999'001	-999	



⑤

a) $f(x) = \sqrt{\dfrac{x+1}{x^2-9}} \Rightarrow \dfrac{x+1}{x^2-9} \geq 0$



$D(f) = [-3,-1] \cup (3,+\infty)$

b) $g(x) = \log \dfrac{x^2+2}{x} \Rightarrow \dfrac{x^2+2}{x} > 0$

$D(g) = (0,+\infty)$