

# Unidad 1.

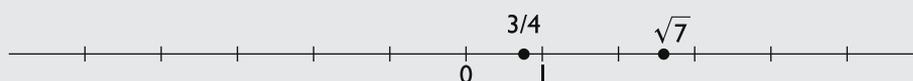
## Los números reales

### 1. Números reales. Recta real

#### Piensa y calcula

Representa en la recta real, de forma aproximada, los números  $3/4$  y  $\sqrt{7} = 2,64575131\dots$

**Solución:**



#### Aplica la teoría

**1** Representa en la recta real los siguientes pares de números y calcula la distancia que hay entre ellos.

a)  $-3$  y  $2$

b)  $-2,5$  y  $3,7$

**Solución:**



$$d(-3, 2) = |2 - (-3)| = 5$$



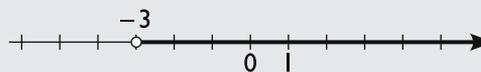
$$d(-2,5; 3,7) = |3,7 - (-2,5)| = 6,2$$

b)  $\{x \in \mathbb{R}; -2 < x < 1\}$



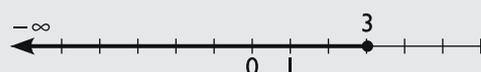
Intervalo abierto.

c)  $\{x \in \mathbb{R}; x > -3\}$



Semirrecta, intervalo abierto.

d)  $\{x \in \mathbb{R}; x \leq 3\}$



Semirrecta, intervalo semiabierto o semicerrado.

**2** Escribe en forma de desigualdad y representa gráficamente los siguientes intervalos, y clasifícalos:

a)  $[2, 5)$

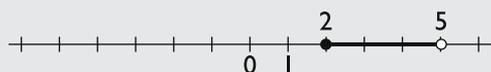
b)  $(-2, 1)$

c)  $(-3, +\infty)$

d)  $(-\infty, 3]$

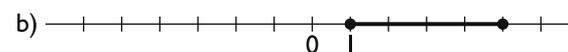
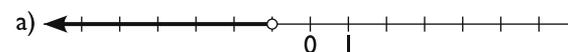
**Solución:**

a)  $\{x \in \mathbb{R}; 2 \leq x < 5\}$



Intervalo semiabierto o semicerrado.

**3** Escribe los intervalos que se representan en los siguientes dibujos:



**Solución:**

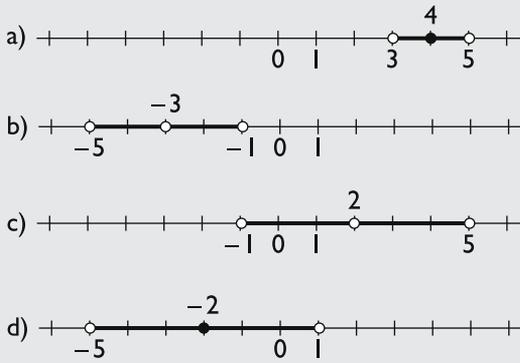
a)  $(-1, 1)$

b)  $[1, +\infty)$

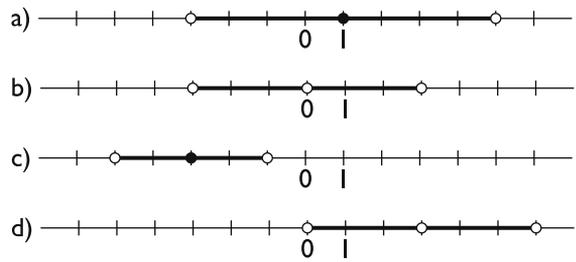
**4** Representa gráficamente los siguientes entornos:

a)  $E(4, 1)$    b)  $E^*(-3, 2)$    c)  $E^*(2, 3)$    d)  $E(-2, 3)$

**Solución:**



**5** Escribe los entornos que se representan en los siguientes dibujos:



**Solución:**

- a)  $E(1, 4)$    b)  $E^*(0, 3)$    c)  $E(-3, 2)$    d)  $E^*(3, 3)$

## 2. Radicales y operaciones

### Piensa y calcula

Halla mentalmente el valor de  $x$  en los siguientes casos:

- a)  $\sqrt[3]{8} = x$    b)  $\sqrt[4]{x} = 10$    c)  $\sqrt[5]{32} = 2$    d)  $\sqrt[4]{81} = x$

**Solución:**

- a)  $x = 2$    b)  $x = 10\,000$    c)  $x = 5$    d)  $x = \pm 3$

### Aplica la teoría

**6** Calcula mentalmente todas las raíces reales de los siguientes radicales:

- a)  $\sqrt[4]{16}$    b)  $\sqrt[3]{-125}$    c)  $\sqrt{-25}$    d)  $\sqrt[5]{32}$

**Solución:**

- a)  $\pm 2$    b)  $-5$   
c) No tiene solución real.   d)  $2$

**7** Escribe en forma de radical las siguientes potencias:

- a)  $7^{3/4}$    b)  $5^{-1/4}$    c)  $3^{-5/7}$    d)  $2^{1/3}$

**Solución:**

- a)  $\sqrt[4]{7^3}$    b)  $\frac{1}{\sqrt[4]{5}}$    c)  $\frac{1}{\sqrt[7]{3^5}}$    d)  $\sqrt[3]{2}$

**8** Escribe en forma de potencia los siguientes radicales:

- a)  $\sqrt[7]{5^2}$    b)  $\frac{1}{\sqrt[6]{11^5}}$    c)  $\sqrt[5]{3}$    d)  $\frac{1}{\sqrt[3]{2}}$

**Solución:**

- a)  $5^{2/7}$    b)  $11^{-5/6}$    c)  $3^{1/5}$    d)  $2^{-1/3}$

**9** Extrae mentalmente todos los factores que se pueda en los siguientes radicales:

- a)  $\sqrt{18}$    b)  $\sqrt{20}$    c)  $\sqrt{27}$    d)  $\sqrt{72}$

**Solución:**

- a)  $3\sqrt{2}$    b)  $2\sqrt{5}$    c)  $3\sqrt{3}$    d)  $6\sqrt{2}$

**10** Suma los siguientes radicales:

- a)  $5\sqrt{8} - 3\sqrt{50} + \sqrt{98}$   
b)  $4\sqrt[3]{40} + \sqrt[3]{625} - 2\sqrt[3]{135}$

**Solución:**

- a)  $2\sqrt{2}$    b)  $7\sqrt[3]{5}$

**11** Opera los siguientes radicales:

- a)  $\sqrt[3]{20} \cdot \sqrt[3]{12}$    b)  $\sqrt[5]{8} \cdot \sqrt[5]{64}$   
c)  $\sqrt[3]{12} : \sqrt[3]{6}$    d)  $\sqrt[5]{12} : \sqrt[5]{16}$

**Solución:**

- a)  $2\sqrt[3]{30}$    b)  $2\sqrt[5]{16}$    c)  $\sqrt[3]{2}$    d)  $\sqrt[5]{3/4}$

**12** Las expresiones que están como potencia pásalas a radical y las que están como radical pásalas a potencia:

- a)  $(\sqrt[5]{7})^2$    b)  $\sqrt[3]{6^5}$    c)  $\sqrt[4]{5^3}$    d)  $(\sqrt[7]{5})^2$

**Solución:**

- a)  $\sqrt[5]{7^2}$    b)  $(\sqrt[3]{6})^5$    c)  $(\sqrt[4]{5})^3$    d)  $\sqrt[7]{5^2}$

**13** Expresa con un solo radical las siguientes expresiones:

- a)  $\sqrt{\sqrt{5}}$    b)  $\sqrt[3]{\sqrt{8}}$    c)  $\sqrt{\sqrt[3]{7}}$    d)  $\sqrt[3]{\sqrt[4]{5}}$

**Solución:**

- a)  $\sqrt[4]{5}$    b)  $\sqrt{2}$    c)  $\sqrt[6]{7}$    d)  $\sqrt[12]{5}$

**14** Racionaliza las siguientes expresiones:

a)  $\frac{5}{\sqrt{3}}$     b)  $\frac{7}{\sqrt[5]{13^3}}$     c)  $\frac{5}{\sqrt{7+\sqrt{3}}}$     d)  $\frac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}$

**Solución:**

a)  $\frac{5\sqrt{3}}{3}$     b)  $\frac{7\sqrt[5]{13^2}}{13}$

c)  $\frac{5(\sqrt{7}-\sqrt{3})}{4}$

d)  $7-4\sqrt{3}$

**15** Halla la diagonal de un ortoedro cuyas aristas miden 5 m, 4 m y 3 m

**Solución:**

$\sqrt{5^2+4^2+3^2} = 5\sqrt{2} = 7,07 \text{ m}$

## 3. Logaritmos

### Piensa y calcula

Halla el valor de  $x$  en los siguientes casos:

a)  $2^3 = x$     b)  $x^3 = 125$     c)  $2^x = 32$     d)  $10^3 = x$     e)  $x^4 = 10\,000$     f)  $10^x = 1\,000\,000$

**Solución:**

a)  $x = 8$     b)  $x = 5$     c)  $x = 5$     d)  $x = 1\,000$     e)  $x = 10$     f)  $x = 6$

### Aplica la teoría

**16** Halla mentalmente el valor de  $x$  en los siguientes casos:

a)  $2^6 = x$     b)  $x^5 = 32$     c)  $2^x = 128$   
d)  $10^6 = x$     e)  $x^4 = 10\,000$     f)  $10^x = 1\,000$

**Solución:**

a)  $x = 64$     b)  $x = 2$   
c)  $x = 7$     d)  $x = 1\,000\,000$   
e)  $x = 10$     f)  $x = 3$

**17** Calcula mentalmente los siguientes logaritmos:

a)  $\log_2 32$     b)  $\log_3 1$   
c)  $\log_5 \frac{1}{25}$     d)  $\log 100$

**Solución:**

a) 5    b) 0    c) -2    d) 2

**18** Calcula mentalmente la parte entera de los logaritmos:

a)  $\log_2 50$     b)  $\log_3 36$   
c)  $\log_5 98,75$     d)  $\log 5\,678,24$

**Solución:**

a) 5    b) 3    c) 2    d) 3

**19** Utilizando la calculadora, halla los siguientes logaritmos:

a)  $\log 725,263$     b)  $\log 0,00356$   
c)  $\ln 24,6845$     d)  $\ln 0,000765$

**Solución:**

a) 2,8605    b) -2,4486    c) 3,2062    d) -7,1756

**20** Sabiendo que  $\log 2 = 0,3010$  y aplicando las propiedades de los logaritmos, halla los siguientes logaritmos sin utilizar la calculadora:

a)  $\log 4$     b)  $\log 5$     c)  $\log 8$     d)  $\log \sqrt{5}$

**Solución:**

a)  $\log 4 = \log 2^2 = 2 \log 2 = 0,6020$   
b)  $\log 5 = \log \frac{10}{2} = 1 - \log 2 = 0,6990$   
c)  $\log 8 = \log 2^3 = 3 \log 2 = 0,9030$   
d)  $\log \sqrt{5} = \frac{1}{2} \log 5 = \frac{1}{2} 0,699 = 0,3495$

**21** Utilizando la calculadora y las propiedades de los logaritmos, halla:

a)  $\log 2,5^{17}$     b)  $\log 0,0234^{-25}$   
c)  $\log \sqrt[5]{87,012}$     d)  $\log \sqrt[6]{0,0987}$

**Solución:**

a) 6,7650    b) 40,7696  
c) 0,3879    d) -0,1676

**22** Utilizando la calculadora y la fórmula del cambio de base, halla los siguientes logaritmos y redondea los resultados a cuatro decimales:

a)  $\log_2 51,27$     b)  $\log_3 8,431$   
c)  $\log_5 0,034$     d)  $\log_7 1\,000$

**Solución:**

a) 5,6800    b) 1,9406  
c) -2,1010    d) 3,5499



## 5. Sucesiones de números reales

### Piensa y calcula

Escribe tres términos más en las siguientes sucesiones:

- a) 2, 6, 10, 14...      b) 1, 2, 4, 8...      c) 3, -3, 3, -3...      d) 1, 1, 2, 3, 5...

#### Solución:

- a) 2, 6, 10, 14, 18, 22, 26...      b) 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64...      c) 3, -3, 3, -3, 3, -3, 3...      d) 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21...

### Aplica la teoría

**31** Añade tres términos en cada una de las sucesiones siguientes:

- a) 3, 7, 11, 15...  
b) 5, 10, 20, 40...  
c) 1, 4, 9, 16, 25...  
d) 1, -3, 5, -7, 9...

#### Solución:

- a) 3, 7, 11, 15, 19, 23, 27...  
b) 5, 10, 20, 40, 80, 160, 320...  
c) 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64...  
d) 1, -3, 5, -7, 9, -11, 13, -15...

**32** Escribe los cuatro primeros términos de las siguientes sucesiones:

- a)  $a_n = 2^n$       b)  $a_n = 2n + 3$   
c)  $a_n = (-1)^n (n + 1)$       d)  $a_n = 3\left(\frac{1}{2}\right)^n$

#### Solución:

- a) 2, 4, 8, 16  
b) 5, 7, 9, 11  
c) -2, 3, -4, 5  
d)  $\frac{3}{2}, \frac{3}{4}, \frac{3}{8}, \frac{3}{16}$

**33** Halla el término general de las siguientes sucesiones:

- a) 2, 4, 6, 8, 10...      b) 1, 4, 9, 16, 25...

#### Solución:

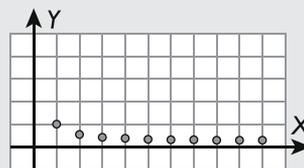
- a)  $a_n = 2n$       b)  $a_n = n^2$

**34** Representa los primeros términos de las siguientes sucesiones e indica el valor al que tienden:

- a)  $a_n = \frac{1}{n}$   
b)  $a_n = n^2$   
c)  $a_n = \frac{2n + 1}{n}$   
d)  $a_n = (-1)^n (n - 1)$

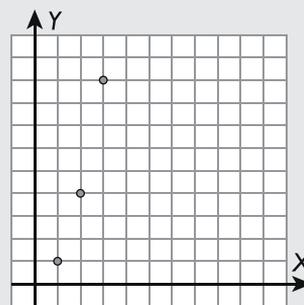
#### Solución:

a)



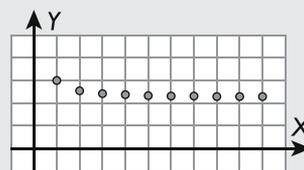
$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n} = 0$$

b)



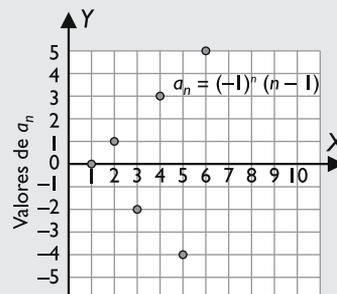
$$\lim_{n \rightarrow +\infty} n^2 = +\infty$$

c)



$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2n + 1}{n} = 2$$

d)



No existe el  $\lim_{n \rightarrow +\infty} (-1)^n (n - 1)$

Los valores de la sucesión oscilan de negativo a positivo en cada término haciéndose cada vez más grandes en valor absoluto.

# Ejercicios y problemas propuestos

## Ejercicios propuestos

### 1. Números reales. Recta real

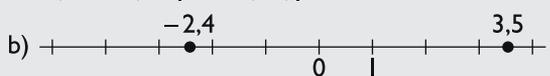
**35** Representa en la recta real los siguientes pares de números y calcula la distancia que hay entre ellos.

- a)  $-5$  y  $-2$       b)  $-2,4$  y  $3,5$

**Solución:**



$$d(-5, -2) = |-2 - (-5)| = 3$$



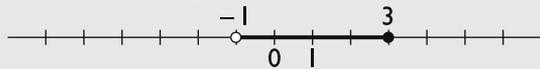
$$d(-2,4; 3,5) = |3,5 - (-2,4)| = 5,9$$

**36** Escribe en forma de desigualdad y representa gráficamente los siguientes intervalos, y clasifícalos:

- a)  $(-1, 3]$     b)  $[-2, 1]$     c)  $[2, +\infty)$     d)  $(-\infty, -1)$

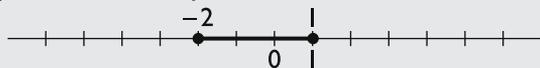
**Solución:**

a)  $\{x \in \mathbb{R}; -1 < x \leq 3\}$



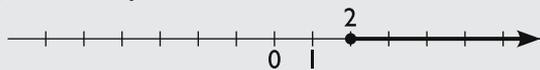
Intervalo semiabierto o semicerrado.

b)  $\{x \in \mathbb{R}; -2 \leq x \leq 1\}$



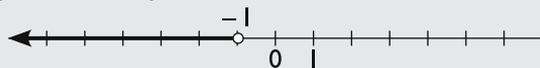
Intervalo cerrado.

c)  $\{x \in \mathbb{R}; x \geq 2\}$



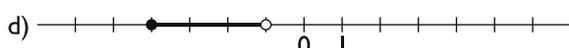
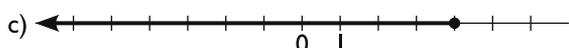
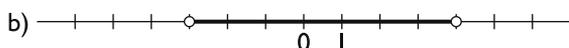
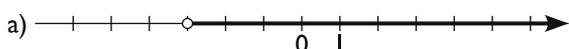
Semirrecta, intervalo semiabierto o semicerrado.

d)  $\{x \in \mathbb{R}; x < -1\}$



Semirrecta, intervalo abierto.

**37** Escribe los intervalos que se representan en los siguientes dibujos y clasifícalos:



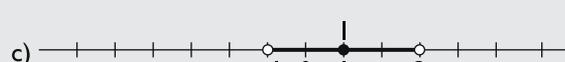
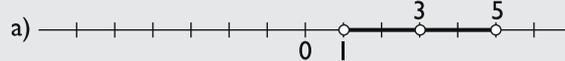
**Solución:**

- a)  $(-3, +\infty)$  Semirrecta, intervalo abierto.  
 b)  $(-3, 4)$  Intervalo abierto.  
 c)  $(-\infty, 4]$  Semirrecta, intervalo semiabierto o semicerrado.  
 d)  $[-4, -1)$  Intervalo semiabierto o semicerrado.

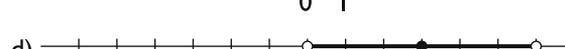
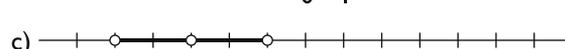
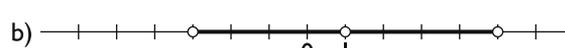
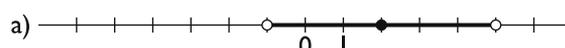
**38** Representa gráficamente los siguientes entornos:

- a)  $E^*(3, 2)$     b)  $E(-1, 3)$     c)  $E(1, 2)$     d)  $E^*(-2, 1)$

**Solución:**



**39** Escribe los entornos que se representan en los siguientes dibujos:



**Solución:**

- a)  $E(2, 3)$     b)  $E^*(1, 4)$     c)  $E^*(-3, 2)$     d)  $E(3, 3)$

## 2. Radicales y operaciones

**40** Calcula mentalmente todas las raíces reales de los siguientes radicales:

- a)  $\sqrt[4]{625}$     b)  $\sqrt[4]{-81}$     c)  $\sqrt[3]{-128}$     d)  $\sqrt[5]{243}$

**Solución:**

- a)  $\pm 5$     b) No tiene solución real.    c)  $-2$     d)  $3$

**41** Escribe en forma de radical las siguientes potencias:

- a)  $5^{-2/3}$     b)  $3^{1/5}$     c)  $2^{3/4}$     d)  $7^{-1/5}$

**Solución:**

- a)  $\frac{1}{\sqrt[3]{5^2}}$     b)  $\sqrt[5]{3}$     c)  $\sqrt[4]{2^3}$     d)  $\frac{1}{\sqrt[5]{7}}$

**42** Escribe en forma de potencia los siguientes radicales:

- a)  $\sqrt[5]{7^3}$     b)  $\frac{1}{\sqrt[4]{11}}$     c)  $\sqrt[3]{5}$     d)  $\frac{1}{\sqrt[7]{3^5}}$

**Solución:**

- a)  $7^{3/5}$     b)  $11^{-1/4}$     c)  $5^{1/3}$     d)  $3^{-5/7}$

**43** Extrae mentalmente todos los factores que se pueda en los siguientes radicales:

- a)  $\sqrt{32}$     b)  $\sqrt{45}$     c)  $\sqrt{50}$     d)  $\sqrt{75}$

**Solución:**

- a)  $4\sqrt{2}$     b)  $3\sqrt{5}$     c)  $5\sqrt{2}$     d)  $5\sqrt{3}$

**44** Suma los siguientes radicales:

- a)  $4\sqrt{27} - 2\sqrt{12} - \sqrt{75}$   
 b)  $5\sqrt[3]{16} + 2\sqrt[3]{54} - 3\sqrt[3]{250}$

**Solución:**

- a)  $3\sqrt{3}$     b)  $\sqrt[3]{2}$

**45** Multiplica los siguientes radicales:

- a)  $\sqrt[4]{60} \cdot \sqrt[4]{24}$     b)  $\sqrt[7]{16} \cdot \sqrt[7]{128}$

**Solución:**

- a)  $2\sqrt[4]{90}$     b)  $2\sqrt[7]{2^4}$

**46** Divide los siguientes radicales:

- a)  $\sqrt[5]{40} : \sqrt[5]{5}$     b)  $\sqrt[6]{24} : \sqrt[6]{36}$

**Solución:**

- a)  $\sqrt[5]{8}$     b)  $\sqrt[6]{2/3}$

**47** Transforma los radicales siguientes. Los que están como potencia pásalos a radical y los que están como radical pásalos a potencia:

- a)  $(\sqrt[3]{5})^2$     b)  $\sqrt[5]{7^2}$     c)  $\sqrt[7]{3^5}$     d)  $(\sqrt[11]{13})^5$

**Solución:**

- a)  $\sqrt[3]{5^2}$     b)  $(\sqrt[5]{7})^2$     c)  $(\sqrt[7]{3})^5$     d)  $\sqrt[11]{13^5}$

**48** Expresa en forma de un solo radical las siguientes expresiones:

- a)  $\sqrt{\sqrt{3}}$     b)  $\sqrt[3]{\sqrt{64}}$     c)  $\sqrt{\sqrt[3]{5}}$     d)  $\sqrt[4]{\sqrt[3]{7}}$

**Solución:**

- a)  $\sqrt[4]{3}$     b) 2    c)  $\sqrt[6]{5}$     d)  $\sqrt[12]{7}$

**49** Racionaliza las siguientes expresiones:

- a)  $\frac{2}{\sqrt{7}}$     b)  $\frac{3}{\sqrt[3]{5^2}}$     c)  $\frac{3}{\sqrt{5} - \sqrt{2}}$

**Solución:**

- a)  $\frac{2\sqrt{7}}{7}$     b)  $\frac{3\sqrt[3]{5^5}}{5}$     c)  $\sqrt{5} + \sqrt{2}$

### 3. Logaritmos

**50** Halla mentalmente el valor de x en los siguientes casos:

- a)  $3^3 = x$     b)  $x^3 = 125$   
 c)  $3^x = 81$     d)  $10^3 = x$   
 e)  $x^2 = 100$     f)  $10^x = 1\,000\,000$

**Solución:**

- a)  $x = 27$     b)  $x = 5$     c)  $x = 4$   
 d)  $x = 1\,000$     e)  $x = \pm 10$     f)  $x = 6$

**51** Calcula mentalmente los siguientes logaritmos:

- a)  $\log_2 1$     b)  $\log_3 \frac{1}{9}$     c)  $\log_5 25$     d)  $\log 0,0001$

**Solución:**

- a) 0    b) -2    c) 2    d) -4

**52** Calcula mentalmente la parte entera de los siguientes logaritmos:

- a)  $\log_2 27$     b)  $\log_5 18,27$     c)  $\log 78,24$

**Solución:**

- a) 4    b) 1    c) 1

**53** Utilizando la calculadora, halla los siguientes logaritmos y redondea los resultados a cuatro decimales:

- a)  $\log 86,233$     b)  $\log 0,0874$     c)  $\ln 765,023$

**Solución:**

- a) 1,9357    b) -1,0585    c) 6,6399    d) -4,3949

**54** Utilizando la calculadora y las propiedades de los logaritmos, halla los siguientes logaritmos y redondea los resultados a cuatro decimales:

- a)  $\log 5,7^{12}$     b)  $\log 0,567^{-15}$     c)  $\log \sqrt[4]{345,98}$

**Solución:**

- a) 9,0705    b) 3,6963    c) 0,6348

**55** Utilizando la calculadora y la fórmula del cambio de base, halla los siguientes logaritmos y redondea los resultados a cuatro decimales:

- a)  $\log_2 7,3456$     b)  $\log_3 45,987$   
 c)  $\log_5 0,3054$     d)  $\log_7 0,056712$

**Solución:**

- a) 2,8769    b) 3,4847    c) -0,7370    d) -1,4748

## 4. Aproximaciones y errores

**56** Redondea a dos cifras decimales y calcula la parte entera y decimal de los siguientes números:

- a)  $-4,67506$       b)  $\pi$       c)  $\sqrt{2}$       d)  $-e$

**Solución:**

- |            |                    |                       |
|------------|--------------------|-----------------------|
| a) $-4,68$ | Parte entera: $-5$ | Parte decimal: $0,32$ |
| b) $3,14$  | Parte entera: $3$  | Parte decimal: $0,14$ |
| c) $1,41$  | Parte entera: $1$  | Parte decimal: $0,41$ |
| d) $-2,72$ | Parte entera: $-3$ | Parte decimal: $0,28$ |

**57** Redondea a dos cifras decimales los siguientes números y di cuáles de las aproximaciones son por defecto y cuáles por exceso:

- a)  $\frac{43}{6}$       b)  $83,7967$       c)  $\sqrt[5]{97}$       d)  $e$

**Solución:**

- |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|
| a) $7,17$ ; por exceso.  | b) $83,80$ ; por exceso. |
| c) $2,49$ ; por defecto. | d) $2,72$ ; por exceso.  |

**58** Trunca a dos cifras decimales los siguientes números:

- a)  $\frac{43}{6}$       b)  $83,7967$       c)  $\sqrt[5]{97}$       d)  $e$

**Solución:**

- a)  $7,16$       b)  $83,79$       c)  $2,49$       d)  $2,71$

**59** Halla el error absoluto y relativo que se comete al aproximar con dos cifras decimales los siguientes números:

- a)  $\frac{23}{11}$       b)  $\sqrt{7}$       c)  $e$       d)  $\sqrt[3]{86}$

**Solución:**

- |                              |                           |
|------------------------------|---------------------------|
| a) Error absoluto: $0,00091$ | Error relativo: $0,00043$ |
| b) Error absoluto: $0,0042$  | Error relativo: $0,0016$  |
| c) Error absoluto: $0,0017$  | Error relativo: $0,00063$ |
| d) Error absoluto: $0,004$   | Error relativo: $0,00091$ |

**60** Expresa en notación científica los siguientes números:

- a)  $987\,600\,000$       b)  $567\,800\,000$   
c)  $0,00003902$       d)  $0,006783$

**Solución:**

- a)  $9,876 \cdot 10^8$       b)  $5,678 \cdot 10^8$   
c)  $3,902 \cdot 10^{-5}$       d)  $6,783 \cdot 10^{-3}$

**61** Expresa en notación decimal los siguientes números:

- a)  $9,845 \cdot 10^8$       b)  $5,44 \cdot 10^{-5}$   
c)  $3,2 \cdot 10^4$       d)  $7,087 \cdot 10^{-7}$

**Solución:**

- a)  $984\,500\,000$       b)  $0,0000544$   
c)  $32\,000$       d)  $0,0000007087$

**62** Opera y expresa el resultado en notación científica:

- a)  $3,4^{50}$   
b)  $0,99^{1000}$   
c)  $7,56 \cdot 10^{18} + 2,35 \cdot 10^{17}$   
d)  $6,45 \cdot 10^{23} : (2,63 \cdot 10^{-15})$

**Solución:**

- a)  $3,75 \cdot 10^{26}$       b)  $7,795 \cdot 10^{18}$   
c)  $4,32 \cdot 10^{-5}$       d)  $2,45 \cdot 10^{38}$

## 5. Sucesiones de números reales

**63** Añade tres términos en cada una de las sucesiones:

- a)  $5, -7, 9, -11, 13, \dots$       b)  $2, 5, 10, 17, \dots$

**Solución:**

- a)  $5, -7, 9, -11, 13, -15, 17, -19, \dots$   
b)  $2, 5, 10, 17, 26, 37, 50, \dots$

**64** Escribe los cuatro primeros términos de las siguientes sucesiones:

- a)  $a_n = 2n + 1$       b)  $a_n = (-1)^n n(n + 1)$

**Solución:**

- a)  $3, 5, 7, 9, \dots$       b)  $-2, 6, -12, 20, \dots$

**65** Halla el término general de las siguientes sucesiones:

- a)  $1, 3, 5, 7, 9, \dots$       b)  $\frac{1}{2}, \frac{1}{5}, \frac{1}{8}, \frac{1}{11}, \dots$

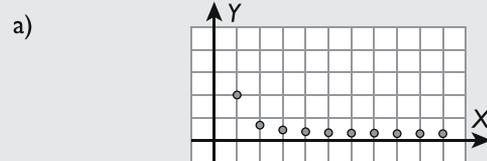
**Solución:**

- a)  $a_n = 2n - 1$       b)  $a_n = \frac{1}{3n - 1}$

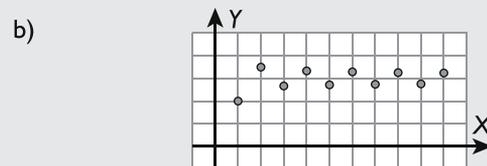
**66** Representa los primeros términos de las siguientes sucesiones e indica el valor al que tienden:

- a)  $a_n = \frac{n + 1}{n^2}$       b)  $a_n = 3 + (-1)^n \frac{1}{n}$

**Solución:**



$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n + 1}{n^2} = 0$$



$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left( 3 + (-1)^n \frac{1}{n} \right) = 3$$

## Para ampliar

**67** Halla el número de oro  $\phi$  que es la raíz positiva de la ecuación  $x^2 - px - q = 0$ , para los valores  $p = 1, q = 1$

**Solución:**

$$x^2 - x - 1 = 0$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{1+4}}{2} = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

$$\phi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} = 1,6180\dots$$

**68** Halla el número de plata que es la raíz positiva de la ecuación  $x^2 - px - q = 0$ , para los valores  $p = 2, q = 1$

**Solución:**

$$x^2 - 2x - 1 = 0$$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{4+4}}{2} = \frac{2 \pm \sqrt{8}}{2} = 1 \pm \sqrt{2}$$

$$\text{Número de plata} = 1 + \sqrt{2} = 2,4142\dots$$

**69** Halla el número de bronce que es la raíz positiva de la ecuación  $x^2 - px - q = 0$ , para los valores  $p = 3, q = 1$

**Solución:**

$$x^2 - 3x - 1 = 0$$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{9+4}}{2} = \frac{3 \pm \sqrt{13}}{2}$$

$$\text{Número de bronce} = \frac{3 + \sqrt{13}}{2} = 3,3027\dots$$

**70** Halla el número de cobre que es la raíz positiva de la ecuación  $x^2 - px - q = 0$ , para los valores  $p = 1, q = 2$

**Solución:**

$$x^2 - x - 2 = 0$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{1+8}}{2} = \frac{1 \pm 3}{2} \Rightarrow x_1 = 2, x_2 = -1$$

$$\text{Número de cobre} = 2$$

**71** Halla el número de níquel que es la raíz positiva de la ecuación  $x^2 - px - q = 0$ , para los valores  $p = 1, q = 3$

**Solución:**

$$x^2 - x - 3 = 0$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{1+12}}{2} = \frac{1 \pm \sqrt{13}}{2}$$

$$\text{Número de níquel} = \frac{1 + \sqrt{13}}{2} = 2,3027\dots$$

**72** Halla el número de platino que es la raíz positiva de la ecuación  $x^2 - px - q = 0$ , para los valores  $p = 2, q = 2$

**Solución:**

$$x^2 - 2x - 2 = 0$$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{4+8}}{2} = \frac{2 \pm \sqrt{12}}{2} = 1 \pm \sqrt{3}$$

$$\text{Número de platino} = 1 + \sqrt{3} = 2,7320\dots$$

**73** Escribe en forma de intervalo las desigualdades:

- a)  $2 \leq x \leq 5$       b)  $x > 3$       c)  $x < 4$

**Solución:**

- a)  $[2, 5]$       b)  $(3, +\infty)$       c)  $(-\infty, 4)$

**74** Escribe en forma de entorno las siguientes desigualdades:

- a)  $|x - 2| < 3$       b)  $|x| < 2,5$       c)  $|x + 3| < 2$

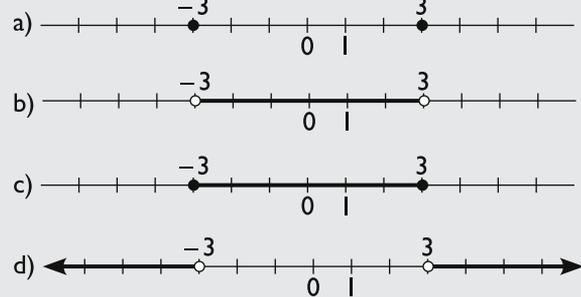
**Solución:**

- a)  $E(2, 3)$       b)  $E(0; 2,5)$       c)  $E(-3, 2)$

**75** Representa gráficamente los conjuntos dados por las siguientes expresiones:

- a)  $|x| = 3$       b)  $|x| < 3$       c)  $|x| \leq 3$       d)  $|x| > 3$

**Solución:**



**76** Suma los siguientes radicales:

a)  $3a\sqrt{8a^3} - 5\sqrt{18a^5} + 7a\sqrt{50a^3}$

b)  $7\sqrt[3]{16x^8} + 5\sqrt[3]{54x^5} - 2\sqrt[3]{128x^2}$

**Solución:**

a)  $26a^2\sqrt{2a}$

b)  $(14x^2 + 15x - 8)\sqrt[3]{2x^2}$

**77** Racionaliza las siguientes expresiones:

- a)  $\frac{a}{\sqrt{a}}$       b)  $\frac{b}{\sqrt[3]{a^2}}$       c)  $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a} - \sqrt{b}}$       d)  $\frac{a + \sqrt{b}}{a - \sqrt{b}}$

**Solución:**

- a)  $\sqrt{a}$       b)  $\frac{b\sqrt[3]{a^5}}{a}$       c)  $\frac{a + \sqrt{ab}}{a - b}$       d)  $\frac{a^2 + 2a\sqrt{b} + b}{a^2 - b}$

**78** Calcula, aplicando la fórmula de cambio de base, los siguientes logaritmos y redondea el resultado a cuatro decimales:

- a)  $\log_{1/2} 15,87$     b)  $\log_{1/3} 345,769$     c)  $\log_{1/5} 0,0006$

**Solución:**

- a)  $-3,9882$     b)  $-5,3211$     c)  $4,6094$

## Con calculadora

**79** Halla con la calculadora el valor de los siguientes números redondeando a 5 decimales:

- a)  $\pi$     b)  $e$     c)  $\phi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$     d)  $\sqrt[7]{5}$

**Solución:**

- a)  $3,14159$     b)  $2,71828$     c)  $1,61803$     d)  $1,25850$

**80** Halla con la calculadora los siguientes números redondeando a 5 decimales:

- a)  $\frac{1}{\sqrt{2 - \sqrt{2}}}$     b)  $\sqrt{1 + \sqrt{\frac{1}{2}}}$     c)  $\frac{\sqrt{2 - \sqrt{2}} (2 + \sqrt{2})}{2}$

d) ¿Qué observas de los apartados a), b) y c)?

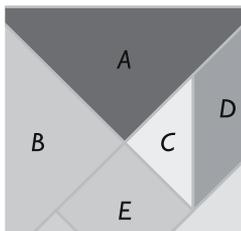
## Problemas propuestos

**84** Halla de forma exacta la longitud de una circunferencia de diámetro  $l$  m. ¿Qué clase de número es?

**Solución:**

$L = \pi m$     Es un número irracional.

**85** La siguiente figura se conoce con el nombre de *tangram*. Si el lado del cuadrado mide  $1$  m, halla el área de cada una de las figuras que lo componen.



**Solución:**

$$A = B = \frac{1}{4} \text{ m}^2 \quad C = F = \frac{1}{16} \text{ m}^2 \quad D = E = G = \frac{1}{8} \text{ m}^2$$

**86** Escribe el menor intervalo abierto, cuyos extremos sean números enteros, que contenga al número  $\pi$

**Solución:**

(3, 4)

**Solución:**

- a)  $1,30656$     b)  $1,30656$   
c)  $1,30656$     d) Los tres son iguales al número cordobés.

**81** Halla el valor de los siguientes resultados y redondea el resultado a cinco decimales:

- a)  $1,000001^{1000000}$     b)  $0,999999^{1000000}$

**Solución:**

- a)  $2,71828$     b)  $0,36788$

**82** Utilizando la calculadora, halla los siguientes logaritmos; redondea los resultados a cuatro decimales:

- a)  $\log \pi$     b)  $\log e$     c)  $\ln \pi$     d)  $\ln 10$

**Solución:**

- a)  $0,4971$     b)  $0,4343$     c)  $1,1447$     d)  $2,3026$

**83** Utilizando la calculadora, halla:

- a)  $\pi^\pi$     b)  $e^e$     c)  $\pi^e$     d)  $e^\pi$

**Solución:**

- a)  $36,4622$     b)  $15,1543$     c)  $22,4592$     d)  $23,1407$

**87** La longitud de una finca rectangular es  $15$  m y el perímetro es inferior a  $50$  m. ¿Qué valores puede tomar el ancho de la finca?

**Solución:**

$$2x + 30 < 50 \Rightarrow 0 < x < 10$$

**88** Si tomamos como valor de  $\pi$  al dado por Arquímedes de  $22/7$ , ¿qué error absoluto y relativo estamos cometiendo?

**Solución:**

Error absoluto:  $0,0013$     Error relativo:  $0,0004$

**89** Calcula las siguientes potencias redondeando los resultados a cinco decimales. ¿A qué número real muy conocido se aproximan los valores que se van obteniendo?

- a)  $1,1^{10}$     b)  $1,01^{100}$   
c)  $1,001^{1000}$     d)  $1,0001^{10000}$   
e)  $1,00001^{100000}$     f)  $1,000001^{1000000}$

**Solución:**

- a)  $2,59374$     b)  $2,70481$     c)  $2,71692$   
d)  $2,71815$     e)  $2,71827$     f)  $2,71828$

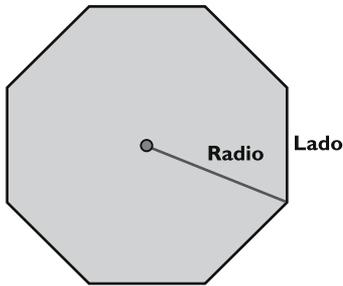
Se aproximan hacia el número  $e$



## Para profundizar

**100** Se define el número cordobés como la relación entre el radio y el lado de un octógono regular, y su valor exacto es:

$$\frac{1}{\sqrt{2-\sqrt{2}}}$$



- Racionaliza el número cordobés.
- Redondea el número cordobés a 5 cifras decimales.
- Con la calculadora halla el valor de  $\frac{1}{2 \sin 22,5^\circ}$  y redondéalo a 5 decimales.
- ¿Qué observas de los apartados b) y c)?

**Solución:**

$$a) \frac{1}{\sqrt{2-\sqrt{2}}} = \frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2-\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}(2+\sqrt{2})}{2}$$

- 1,30656
- 1,30656
- Son iguales.

**101** Escribe el menor intervalo cerrado, cuyos extremos sean números enteros, que contenga al número e

**Solución:**

[2, 3]

**102** Escribe el menor intervalo abierto, cuyos extremos sean números enteros, que contenga al número áureo o de oro:

$$\phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$$

**Solución:**

(1, 2)

**103** En informática 1 Kb =  $2^{10}$  bytes, si se toma por aproximación 1 Kb = 1000 bytes, ¿qué error absoluto y relativo estamos cometiendo?

**Solución:**

$$2^{10} = 1024$$

Error absoluto: 24      Error relativo: 0,023

**104** Si tomamos como valor de  $\pi$  el dado por Mélius de 355/113, ¿qué error absoluto y relativo estamos cometiendo?

**Solución:**

Error absoluto: 0,00000027      Error relativo: 0,000000085

**105** Si para hallar la longitud del Ecuador se toma 6400 km como radio de la Tierra y 3,14 como valor de  $\pi$ , ¿qué error relativo estamos cometiendo, sabiendo que mide 40000 km?

**Solución:**

Longitud aproximada: 40192 km

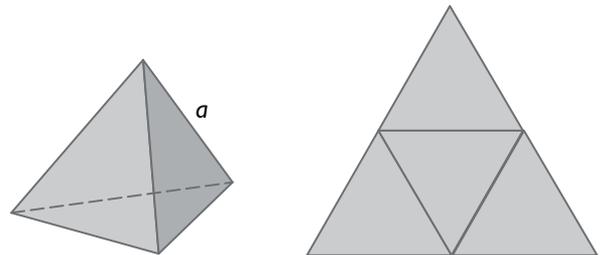
Error absoluto: 192 km      Error relativo: 0,0048

**106** La masa de la Tierra es  $5,98 \cdot 10^{24}$  kg, y la del Sol,  $1,98 \cdot 10^{30}$  kg. ¿Cuántas veces es mayor la masa del Sol que la de la Tierra?

**Solución:**

$$1,98 \cdot 10^{30} : (5,98 \cdot 10^{24}) = 331\,103,68 \text{ veces}$$

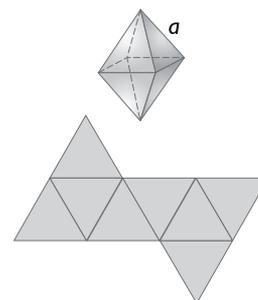
**107** Halla la fórmula del área del siguiente tetraedro regular, cuya arista mide  $a$  cm



**Solución:**

$$A = a^2 \sqrt{3}$$

**108** Halla la fórmula del área del siguiente octaedro regular, cuya arista mide  $a$  cm



**Solución:**

$$A = 2a^2 \sqrt{3}$$

