

 Departamento de Ciencias Curso 2021-2022	Matemáticas 1 (1º B-C)		
	1ª Evaluación	Recuperación	11 de enero de 2022
	NOMBRE:		

ACLARACIONES PREVIAS: No se evaluará nada escrito en esta hoja. Poner el nombre en cada una de las hojas. Numerar las hojas. El examen debe hacerse a bolígrafo negro o azul, no evaluándose nada escrito a lápiz. Se permite la calculadora. El orden de realización es indiferente aunque todos los apartados del mismo ejercicio deben ir juntos. Tiempo: 55 minutos.

PUNTUACIÓN: Los sistemas de ecuaciones (ejercicios 3, 4 y 6) valen 2 puntos. Los demás ejercicios valen 1 punto.

1-- Resuelve: $\frac{3x-1}{x+2} + \frac{x}{x-2} = \frac{-1}{5}$

2—Resuelve la ecuación:

$$5x - \sqrt{x+2} = 3x + 2$$

3--Resuelve el sistema:

$$\left. \begin{array}{l} x = 1 + 2y \\ \sqrt{x+y} - \sqrt{x-y} = 2 \end{array} \right\}$$

4—Resuelve el sistema:

$$\left. \begin{array}{l} 3^x + 5^y = 14 \\ 4 \cdot 3^x - 7 \cdot 5^y = 1 \end{array} \right\}$$

5—Resuelve:

$$\frac{2x^2-4}{x^2+1} \geq 0$$

6—Resuelve por el método de Gauss:

$$\left. \begin{array}{l} x + y + z = 2 \\ 2x - y + 3z = 11 \\ x + 2y - z = -2 \end{array} \right\}$$

7-- Sabiendo que $\log_3 A = 2,3$ y que $\log_3 B = -1,05$, calcula $\log_3 \sqrt[3]{\frac{A^5}{81B^2}}$

Resolución:

①

$$\frac{3x-1}{x+2} + \frac{x}{x-2} = -\frac{1}{5} \rightarrow (3x-1) \cdot 5 \cdot (x-2) + x \cdot 5 \cdot (x+2) = -(x+2)(x-2)$$

$$\begin{array}{r} \hline 5 \\ x+2 \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \text{mcm} = 5(x+2)(x-2) \\ x-2 \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} 15x^2 - 30x - 5x + 10 + 5x^2 + 10x = -x^2 + 4 \\ 21x^2 - 25x + 6 = 0 \rightarrow x = \frac{25 \pm \sqrt{625 - 504}}{42} \end{array}$$

$$\boxed{x_1 = \frac{6}{7} \quad x_2 = \frac{1}{3}} \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{Válidas la 2 porque} \\ \text{no anulan denominadores.} \end{array} \right.$$

②

$$5x - \sqrt{x+2} = 3x+2$$

$$5x - 3x - 2 = \sqrt{x+2}$$

$$4x^2 + 4 - 8x = x+2$$

$$4x^2 - 9x + 2 = 0$$

$$x = \frac{9 \pm \sqrt{81 - 32}}{8} = \frac{9 \pm 7}{8}$$

$$\boxed{x_1 = 2} \rightarrow 10 - \sqrt{4} = 6 + 2 \quad \text{Válida}$$

$$x = \frac{1}{4} \rightarrow \text{No válida.}$$

③

$$x = 1 + 2y$$

$$\sqrt{x+y} - \sqrt{x-y} = 2$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sqrt{1+3y} - \sqrt{1+y} = 2 \\ \sqrt{1+3y} - \sqrt{1+y} = 2 \end{array} \right.$$

$$\sqrt{1+3y} = 2 + \sqrt{1+y}$$

$$1+3y = 4 + 1+y + 4\sqrt{1+y}$$

$$-4 + 2y = 4\sqrt{1+y}$$

$$-2 + y = 2\sqrt{1+y}$$

$$y^2 + 4 - 4y = 4(1+y)$$

$$y^2 - 8y = 0$$

$$y(y-8) = 0 \rightarrow y_1 = 0 \rightarrow x_1 = 1 \rightarrow \text{No válida}$$

$$\boxed{y_2 = 8 \rightarrow x_2 = 17} \rightarrow \text{Válida}$$

(Cumple el sistema)

$$(4) \quad \begin{cases} 3^x + 5^y = 14 \\ 4 \cdot 3^x - 7 \cdot 5^y = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} z + t = 14 \\ 4z - 7t = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} \rightarrow t = 14 - z \\ 4z - 7(14 - z) = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3^x = z \\ 5^y = t \end{cases} \quad \begin{cases} 3^x = 9 = 3^2 \Rightarrow x = 2 \\ 5^y = 5 = 5^1 \Rightarrow y = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} 4z - 98 + 7z = 1 \\ 11z = 99 \\ z = 9 \rightarrow t = 14 - 9 = 5 \end{cases}$$

Así, deshaciendo el cambio:

(5)

$$\frac{2x^2 - 4}{x^2 + 1} \geq 0$$

$$2x^2 - 4 = 0 \rightarrow x^2 = 2 \rightarrow x = \pm\sqrt{2}$$

$$x^2 + 1 = 0 \rightarrow \text{NO solución.}$$



Así, la solución será $(-\infty, -\sqrt{2}] \cup [\sqrt{2}, +\infty)$

(6)

$$\begin{cases} x + y + z = 2 \\ 2x - y + 3z = 11 \\ x + 2y - z = -2 \end{cases}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 3 & 11 \\ 1 & 2 & -1 & -2 \end{array} \right) \xrightarrow{\substack{2I-II \\ I-III}} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 3 & -1 & -7 \\ 0 & -1 & 2 & 4 \end{array} \right)$$

$$\xrightarrow{II+3III} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 3 & -1 & -7 \\ 0 & 0 & 5 & 5 \end{array} \right)$$

$$\begin{cases} x + y + z = 2 \\ 3y - z = -7 \\ 5z = 5 \end{cases}$$

$$z = 1$$

$$3y = -6 \rightarrow y = -2$$

$$x - 2 + 1 = 2 \rightarrow x = 3$$

Solución: (3, -2, 1)

(7)

$$\begin{aligned}\log_3 \sqrt[3]{\frac{A^5}{81B^2}} &= \log_3 \left(\frac{A^5}{81B^2} \right)^{1/3} = \frac{1}{3} \log_3 \frac{A^5}{3^4 B^2} = \frac{1}{3} (\log_3 A^5 - \log_3 3^4 B^2) \\&= \frac{1}{3} \log_3 A^5 - \frac{1}{3} \log_3 3^4 - \frac{1}{3} \log_3 B^2 = \frac{5}{3} \log_3 A - \frac{4}{3} \log_3 3 - \frac{2}{3} \log_3 B \\&= \frac{5}{3} \cdot 2\frac{1}{3} - \frac{4}{3} - \frac{2}{3} \cdot (-1.05) = 3\frac{1}{2}\end{aligned}$$