La Salle Virlecha - Antequera	**Matemáticas 1** *(1º B y C)*		
	3ª Evaluación	Global 3	4 de junio de 2019
Departamento de Ciencias Curso 2018-2019	NOMBRE:		

ACLARACIONES PREVIAS: No se evaluará nada escrito en esta hoja. Poner el nombre en cada una de las hojas. Numerar las hojas. El examen debe hacerse a bolígrafo negro o azul, no evaluándose nada escrito a lápiz. Se permite la calculadora. El orden de realización es indiferente aunque todos los apartados del mismo ejercicio deben ir juntos. Tiempo: 90 minutos.

PUNTUACIÓN: La especificada

1—Representa las siguientes funciones, estudiando en este orden:
Dominio, signo, simetrías , puntos de corte, asíntotas, monotonía y extremos, curvatura e inflexión **(3 ptos cada una)**

a) $f(x)=\dfrac{x^2-x+1}{x-1}$

b) $g(x)=\dfrac{x-3}{x+1}$

2—Calcula la ecuación de la recta tangente y normal a la curva $h(x)=\dfrac{x+3}{x-2}$ en el punto x=0 **(1 punto)**

3-- Calcula las derivadas de las siguientes funciones **(1 punto cada una)**

a) $f(x)=\dfrac{1+e^x}{1-e^{-x}}$

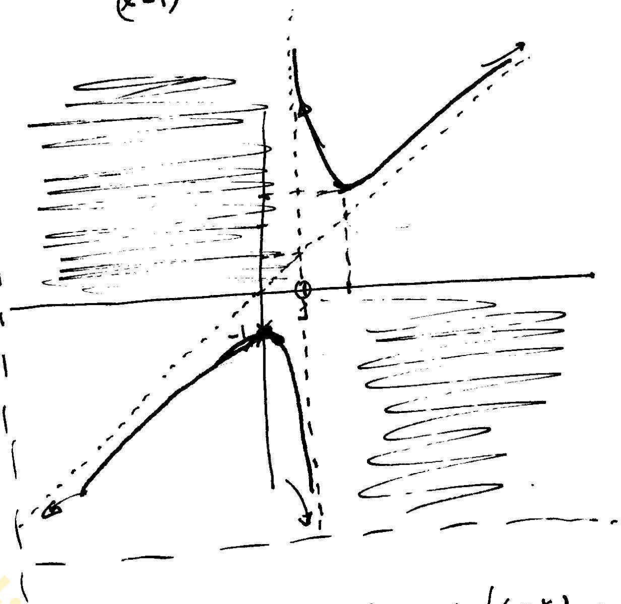
b) $g(x)=\dfrac{cos3\sqrt{x^3}}{5}$

c) $h(x)=\sqrt{\tan\, x^3}$

(1)

a) $f(x)=\dfrac{x^2-x+1}{x-1}$ $\qquad f'(x)=\dfrac{(2x-1)(x-1)-(x^2-x+1)}{(x-1)^2}=\dfrac{x^2-2x}{(x-1)^2}=\dfrac{x(x-2)}{(x-1)^2}$

$$f''(x)=\frac{(2x-2)(x-1)^2-(x^2-2x)\,2(x-1)}{(x-1)^4}=\frac{2}{(x-1)^3}$$



- $Dom(f)=\mathbb{R}-\{1\}$
- Signo:

$x^2-x+1=0 \Rightarrow x=\dfrac{1\pm\sqrt{1-4}}{2} \rightarrow$ Sin solución

$x-1=0 \Rightarrow x=1$

$$\underset{\quad -\quad 1 \quad + \quad}{\longleftarrow\!\!-\!\!-\!\!\longrightarrow}$$

$f(x)>0$ en $(1,+\infty)$
$f(x)<0$ en $(-\infty,1)$

- Simetrías: $f(-x)=\dfrac{x^2+x+1}{-x-1}$ No tiene simetría $\left(\begin{array}{l} f(x)\neq f(-x) \\ f(x)\neq -f(-x)\end{array}\right)$

- Ptos corte: Eje x: $y=0 \Rightarrow x^2-x+1=0 \rightarrow$ No tiene
  Eje y: $x=0 \Rightarrow$ Corta en el $(0,-1)$

- Asíntotas:

  vertical en $\boxed{x=1}$ $\qquad \lim\limits_{x\to 1^-}\dfrac{x^2-x+1}{x-1}=-\infty$

  $\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{x^2-x+1}{x-1}=+\infty$

  Oblicua $\quad m=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{f(x)}{x}=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^2-x+1}{x^2-x}=1$

  $n=\lim\limits_{x\to\infty} f(x)-mx=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^2-x+1}{x-1}-x=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^2-x+1-x^2+x}{x-1}=$

  $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{1}{x-1}=0$

Así, la asíntota será $\boxed{y = x}$

Posición con respecto a la asíntota:

	curva	asíntota
100	100'01	100
-100	-100'0099	-100

$\longrightarrow$ En $+\infty$, por arriba

$\longrightarrow$ En $-\infty$, por abajo

- Monotonía y extremos:

$$f'(x) = \frac{x(x-2)}{(x-1)^2}$$

	0		1		2	
+		−	$\not\exists$	−		+
$\nearrow$		$\searrow$		$\searrow$		$\nearrow$

f creciente en $(-\infty, 0) \cup (2, +\infty)$

f decreciente en $(0,1) \cup (1,2)$

Candidato a extremo $\{0, 2\}$

- Curvatura e inflexión:

$$f''(x) = \frac{2}{(x-1)^3}$$

	1	
−	$\not\exists$	+
$\cap$		$\cup$

f cóncava en $(-\infty, 1)$

f convexa en $(1, +\infty)$

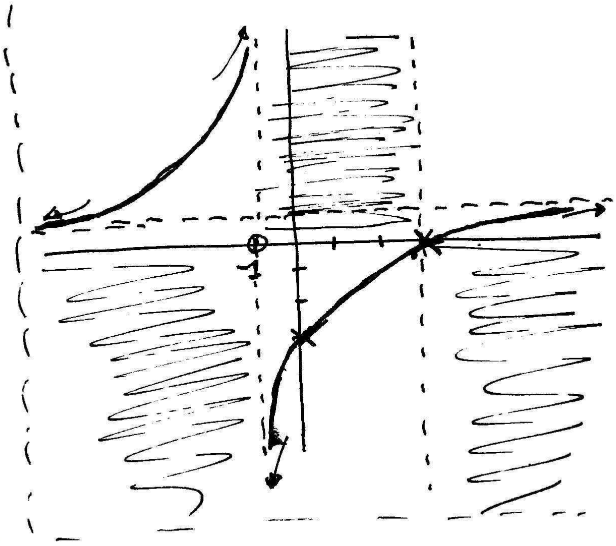
No hay candidatos a inflexión

$f''(0) < 0 \Rightarrow$ Máximo en $(0, -1)$

$f''(2) > 0 \Rightarrow$ Mínimo en $(2, 3)$

b) $g(x) = \frac{x-3}{x+1}$ $\qquad g'(x) = \frac{x+1-(x-3)}{(x+1)^2} = \frac{4}{(x+1)^2}$

$$g''(x) = 4\cdot(-2)\cdot(x+1)^{-3} = \frac{-8}{(x+1)^3}$$



- $Dom(g) = \mathbb{R} - \{-1\}$
- Signo:

$+ \quad (-1) \quad - \quad (3) \quad +$

$f(x) > 0$ en $(-\infty,-1) \cup (3,+\infty)$

$f(x) < 0$ en $(-1,3)$

- Simetrías:

$f(-x) = \frac{-x-3}{-x+1}$. No tiene simetría ($f(x) \neq f(-x)$ y $f(x) \neq -f(-x)$)

- Ptos Corte:

Eje x: $y=0 \Rightarrow x-3=0 \Rightarrow x=3$ $\boxed{(3,0)}$

Eje y: $x=0 \Rightarrow \boxed{(0,-3)}$

- Asíntotas:

Vertical en $\boxed{x=-1}$ $\quad \lim_{x\to -1^-} g(x) = +\infty$

$\lim_{x\to -1^+} g(x) = -\infty$

Horizontal en $\boxed{y=1}$ $\quad \lim_{x\to\infty} g(x) = 1$

	curva	asint.
100	0'96	1
-100	1'04	1

→ En $+\infty$, por abajo.

→ En $-\infty$, por arriba.

• Monotonía y extremos:

$$g'(x) = \frac{4}{(x+1)^2} \longrightarrow$$ Creciente en $(-\infty,-1) \cup (-1,+\infty)$

No hay candidatos a extremos.

• Curvatura e inflexión:

$$g''(x) = \frac{-8}{(x+1)^3} \qquad \begin{array}{ccc} + & & - \\ \hline \cup & -1 & \cap \end{array}$$

$g(x)$ es convexa en $(-\infty,-1)$
$g(x)$ es cóncava en $(-1,+\infty)$ } No hay candidatos a inflexión, ya que el punto $x=-1$ no esté en el dominio.

② i) Recta tangente:

$$h'(x) = \frac{x-2-(x+3)}{(x-2)^2} = \frac{-5}{(x-2)^2} \Rightarrow h'(0) = -\frac{5}{4}$$

Sabemos que pasa por el punto $(0, f(0))$, así

$$y_t = mx+n \longrightarrow -\frac{3}{2} = n$$

$$y_t = -\frac{5}{4}x+n$$ Luego $\boxed{y_t = -\frac{5}{4}x - \frac{3}{2}}$

ii) Recta normal

$$m_n = -\frac{1}{m_t} = \frac{4}{5}$$ Como pasa por el punto $(0, f(0))$:

$$y_n = \frac{4}{5}x+n \qquad -\frac{3}{2} = n \Rightarrow \boxed{y_n = \frac{4}{5}x - \frac{3}{2}}$$

3 a) $\left(\dfrac{1+e^x}{1-e^{-x}}\right)' = \dfrac{e^x(1-e^{-x})-(1+e^x)e^{-x}}{(1-e^{-x})^2} = \dfrac{e^x-1-e^{-x}-1}{(1-e^{-x})^2} =$

$(1+e^x)' = e^x$

$(1-e^{-x})' = -e^{-x}\cdot(-1) = e^{-x}$

$$\boxed{\dfrac{e^x-e^{-x}-2}{(1-e^{-x})^2}}$$

b) $\left(\dfrac{\cos 3\sqrt{x^3}}{5}\right)' = \dfrac{-\operatorname{sen} 3\sqrt{x^3}}{5}\cdot\dfrac{9}{2}\sqrt{x} = \boxed{-\dfrac{9}{10}\sqrt{x}\operatorname{sen} 3\sqrt{x^3}}$

$(3\sqrt{x^3})' = (3x^{3/2})' = 3\cdot\frac{3}{2}x^{1/2} = \frac{9}{2}\sqrt{x}$

c) $\left(\sqrt{\tan x^3}\right)' = \dfrac{1}{2\sqrt{\tan x^3}}\cdot(\tan x^3)' = \dfrac{3x^2\sec^2 x^3}{2\sqrt{\tan x^3}}$

$(\tan x^3)' = \sec^2 x^3\cdot 3x^2 = 3x^2\sec^2 x^3$