 Departamento de Ciencias Curso 2021-2022	Matemáticas 1 (1° B y C)		
	3ª Evaluación	GLOBAL 3	27 de mayo de 2022
	NOMBRE:		

ACLARACIONES PREVIAS: No se evaluará nada escrito en esta hoja. Poner el nombre en cada una de las hojas. Numerar las hojas. El examen debe hacerse a bolígrafo negro o azul, no evaluándose nada escrito a lápiz. Se permite la calculadora. El orden de realización es indiferente aunque todos los apartados del mismo ejercicio deben ir juntos. Tiempo: 90 minutos.

PUNTUACIÓN: La especificada

1— Calcula la ecuación de la recta tangente y de la recta normal a la curva $f(x) = \frac{x^2+3}{x}$

en el punto $x=1$ (Dos puntos)

2-- Estudia monotonía, extremos, curvatura y puntos de inflexión de la función

$$f(x) = \frac{2x}{x^2+1} \quad (\text{cuatro puntos})$$

Calcula la derivada de: (1 punto cada una)

3-- $f(x) = \sqrt[3]{\operatorname{sen} 5x}$

4-- $g(x) = e^{\tan^2 3x}$

5-- $h(x) = \ln \sqrt{\frac{x+1}{x-1}}$

6—Con 100 m de valla queremos delimitar una parcela rectangular aprovechando una pared, de modo que solo tengamos que vallar 3 de sus lados. Calcula las dimensiones de la parcela de área máxima que podemos vallar. (Un punto.)

RESOLUCION

$$\textcircled{1} f(x) = \frac{x^2+3}{x} \Rightarrow f'(x) = \frac{2x \cdot x - (x^2+3) \cdot 1}{x^2} = \frac{x^2-3}{x^2}$$

$$x=1 \Rightarrow \begin{cases} f'(1) = -2 \\ f(1) = 4 \end{cases} \left\{ \begin{array}{l} \text{Tangente:} \\ y - f(1) = f'(1)(x-1) \end{array} \right.$$

$$\boxed{y - 4 = -2(x-1)}$$

Normal:

$$y - f(1) = \frac{-1}{f'(1)}(x-1)$$

$$\boxed{y - 4 = \frac{1}{2}(x-1)}$$

$$\textcircled{3} \left(\sqrt[3]{\operatorname{sen} 5x} \right)' = \left((\operatorname{sen} 5x)^{1/3} \right)' = \frac{1}{3} (\operatorname{sen} 5x)^{-2/3} \cdot (\operatorname{sen} 5x)' =$$

$$\frac{1}{3} \operatorname{sen}(5x)^{-2/3} \cdot \cos 5x \cdot 5 = \boxed{\frac{5 \cos 5x}{3 \sqrt[3]{\operatorname{sen}^2 5x}}}$$

$$\textcircled{4} \left(e^{t_{f^2} 3x} \right)' = e^{t_{f^2} 3x} \cdot \left(t_{f^2} 3x \right)' = \boxed{e^{t_{f^2} 3x} \cdot t_{f^2} 3x \cdot \sec^2 3x}$$

$$\left(t_{f^2} 3x \right)' = 2 t_{f^2} 3x \cdot \left(t_{f^2} 3x \right)' = 2 t_{f^2} 3x \cdot \sec^2 3x \cdot 3 =$$

$$6 t_{f^2} 3x \cdot \sec^2 3x$$

$$(4) \left(\text{sea } \sqrt{\frac{x+1}{x-1}} \right)' = \frac{\left(\sqrt{\frac{x+1}{x-1}} \right)'}{\sqrt{\frac{x+1}{x-1}}} = \frac{\frac{-1}{(x-1)^2 \sqrt{\frac{x+1}{x-1}}}}{\sqrt{\frac{x+1}{x-1}}}$$

$$\left(\sqrt{\frac{x+1}{x-1}} \right)' = \frac{x-1-(x+1)}{2 \sqrt{\frac{x+1}{x-1}} (x-1)^2} = \frac{-2}{2 \sqrt{\frac{x+1}{x-1}} (x-1)^2} = \frac{-1}{(x-1)^2 \sqrt{\frac{x+1}{x-1}}}$$

$$\begin{aligned} & \frac{-1}{(x-1)^2 \sqrt{\frac{x+1}{x-1}} \sqrt{\frac{x+1}{x-1}}} = \frac{-1}{(x-1)^2 \frac{x+1}{x-1}} = \frac{-1}{(x-1)(x+1)} \\ & = \frac{-1}{x^2-1} = \boxed{\frac{1}{1-x^2}} \end{aligned}$$

$$(5) f(x) = \frac{2x}{x^2+1}$$

$$f'(x) = \frac{2(x^2+1) - 2x \cdot 2x}{(x^2+1)^2} = \frac{2x^2+2-4x^2}{(x^2+1)^2} = \frac{-2x^2+2}{(x^2+1)^2}$$

$$-2x^2+2=0 \rightarrow x = \pm 1$$

$$x^2+1=0 \rightarrow \text{No sol.}$$



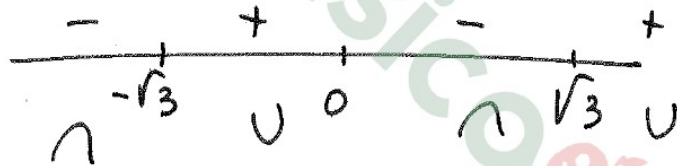
+ creciente en $(-1, 1)$	Mínimo en $(-1, -1)$
+ decreciente en $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$	Máximo en $(1, 1)$

$$f''(x) = \frac{-4x(x^2+1)^2 - (-2x^2+2)2(x^2+1)2x}{(x^2+1)^4} = \frac{-4x(x^2+1) - 4x(-2x^2+2)}{(x^2+1)^3}$$

$$= \frac{-4x^3 - 4x + 8x^3 - 8x}{(x^2+1)^3} = \frac{4x^3 - 12x}{(x^2+1)^3}$$

$$4x^3 - 12x = 0 \Rightarrow 4x(x^2 - 3) = 0 \rightarrow \begin{matrix} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{3} \end{matrix}$$

$$x^2 + 1 = 0 \Rightarrow \text{No sol.}$$



+ convexa en $(-\sqrt{3}, 0) \cup (\sqrt{3}, +\infty)$

f cóncava en $(-\infty, -\sqrt{3}) \cup (0, \sqrt{3})$

pts inflexión: $(\sqrt{3}, \sqrt{3}/2)$

$(0, 0)$

$(-\sqrt{3}, -\sqrt{3}/2)$

6



$$x + 2y = 100 \quad S = xy \quad (\Delta \text{ maximizar}).$$

$$x = 100 - 2y \Rightarrow S = (100 - 2y)y = 100y - 2y^2$$

$$S' = 100 - 4y = 0 \Rightarrow y = 25$$

$$S'' = -4 \Rightarrow S''(25) = -4 < 0 \Rightarrow 25 \text{ es un máximo}$$

$\Delta S'$

$$y = 25$$

$$x = 100 - 2 \cdot 25 = 50$$

$$\boxed{\begin{matrix} x = 50 \\ y = 25 \end{matrix}}$$