La Salle Virlecha Antequera Curso 2022-2023	***GRUPO 1º B***	
	Global1	*1-12-2022*
	NOMBRE	

ACLARACIONES PREVIAS: ACLARACIONES PREVIAS: No se evaluará nada escrito en esta hoja. Poner el nombre en cada una de las hojas. Numerar las hojas. El examen debe hacerse a bolígrafo negro o azul, no evaluándose nada escrito a lápiz. Se permite la calculadora. El orden de realización es indiferente aunque todos los apartados del mismo ejercicio deben ir juntos. Tiempo: 90 minutos.

PUNTUACIÓN: Todos los problemas valen un punto

1—

Sabiendo que log 2 = 0,301030, calcula: $log\sqrt[4]{4\sqrt{8\sqrt[3]{2}}}$

Resuelve:

2—

$$\frac{x^3 - 16\,x^2}{x+2} > 0$$

3—

$$\frac{4}{x} + \frac{4}{x+2} = 3$$

4—

$$\sqrt{x+4} + \sqrt{x-1} = 5$$

5—

$$x^4 - x^3 - 5x^2 - x - 6 = 0$$

6—

$$\left.\begin{array}{r} x + y - z = 0 \\ 2x - 3y + z = 13 \\ -3x + 2y + 5z = -8 \end{array}\right\}$$

7—

$$\left.\begin{array}{r} 2x - y + z = 11 \\ x - y + 3z = 15 \\ 3x - 2y + 4z = 26 \end{array}\right\}$$

8—

$$\left.\begin{array}{c} 2logx + logy = 2 \\ logxy = 1 \end{array}\right\}$$

9--

$$\left.\begin{array}{c} x + y = 5 \\ x^2 - y^2 = 9 \end{array}\right\}$$

10--

$$\frac{1}{2}\log(3x+4) + \log(x+1) = 2 - log5$$

Resolución Global 1

(1) Primero, expresamos la raíz como potencia:

$$\sqrt[4]{4\sqrt{8\sqrt[3]{2}}} = \sqrt[4]{2^2\sqrt{2^3\cdot 2^{1/3}}} = \sqrt[4]{2^2\sqrt{2^{10/3}}} = \sqrt[4]{2^2\, 2^{10/6}} = \sqrt[4]{2^{22/6}} =$$

$$2^{\frac{22}{24}} = 2^{11/12}$$

Así, tenemos: $\log\sqrt[4]{4\sqrt{8\sqrt[3]{2}}} = \log 2^{11/12} = \frac{11}{12}\log 2 = \boxed{0'2759}$

(2) $$\frac{x^3-16x^2}{x+2} > 0$$

Sacamos raíces de numerador y denom.:

$x^3-16x^2=0 \rightarrow x^2(x-16)=0$

$x=0$ (doble)

$x=16$ (simple

$x+2=0 \rightarrow x=-2$ (simple)

cambia		No cambia		cambia
$+$	-2	$-$	0	$-$

$$\begin{array}{ccccccc} & \text{cambia} & & \text{No cambia} & & \text{cambia} & \\ + & -2 & - & 0 & - & 16 & + \end{array}$$

Solución:

$$\boxed{(-\infty,-2)\cup(16,+\infty)}$$

(3) $$\frac{4}{x} + \frac{4}{x+2} = 3$$

mcm $= x(x+2)$

Multiplicamos toda la ecuación por el mcm:

$4(x+2) + 4x = 3x(x+2)$

$4x+8+4x = 3x^2+6x$

$3x^2-2x-8=0$

$$x = \frac{2\pm\sqrt{4+96}}{6} = \frac{2\pm 10}{6}$$

$$\boxed{\begin{array}{l} x_1 = 2 \\ x_2 = -\frac{8}{6} = -\frac{4}{3} \end{array}}$$

Válidas las 2 soluciones porque no anulan denom.

(4)

$$\sqrt{x+4} + \sqrt{x-1} = 5$$

$$\sqrt{x+4} = 5 - \sqrt{x-1}$$

$$x+4 = 25 + x - 1 - 10\sqrt{x-1}$$

$$10\sqrt{x-1} = 20$$

$$\sqrt{x-1} = 2 \longrightarrow x-1 = 4$$

$$\boxed{x = 5} \text{ Válida}$$

$$\left(\begin{array}{c} \sqrt{5+4} + \sqrt{5-1} = 5 \\ 3 + 2 = 5 \end{array}\right)$$

(5)

$$x^4 - x^3 - 5x^2 - x - 6 = 0$$

$$\begin{array}{r|rrrrr} & 1 & -1 & -5 & -1 & -6 \\ -2 & & -2 & 6 & -2 & 6 \\ \hline & 1 & -3 & 1 & -3 & \lfloor 0 \\ 3 & & 3 & 0 & 3 & \\ \hline & 1 & 0 & 1 & \lfloor 0 & \end{array}$$

$x^2 + 1 = 0 \rightarrow$ No solución.

Así, el polinomio factorizado será:

$$(x+2)(x-3)(x^2+1)$$

y las soluciones de la ecuación corresponden con las raíces del polinomio:

$$\boxed{\begin{array}{c} x = -2 \\ x = 3 \end{array}}$$

(6)

$$\left(\begin{array}{cccc} 1 & 1 & -1 & 0 \\ 2 & -3 & 1 & 13 \\ -3 & 2 & 5 & -8 \end{array}\right) \begin{array}{c} \\ 2I-II \\ 3I+III \end{array} \left(\begin{array}{cccc} 1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 5 & -3 & -13 \\ 0 & 5 & 2 & -8 \end{array}\right) \begin{array}{c} \\ \\ II-III \end{array} \left(\begin{array}{cccc} 1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 5 & -3 & -13 \\ 0 & 0 & -5 & -5 \end{array}\right)$$

$$\left.\begin{array}{r} x + y - z = 0 \\ 5y - 3z = -13 \\ -5z = -5 \end{array}\right\} \longrightarrow \begin{array}{l} z = 1 \\ 5y - 3 = -13 \\ y = -2 \end{array} \quad \begin{array}{l} x - 2 - 1 = 0 \\ x = 3 \end{array}$$

$$\boxed{\text{Solución } (3, -2, 1)}$$

(7) Cambio la segunda fila por la primera:

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 & 15 \\ 2 & -1 & 1 & 11 \\ 3 & -2 & 4 & 26 \end{pmatrix} \xrightarrow{\substack{2I-II \\ 3I-III}} \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 & 15 \\ 0 & -1 & 5 & 19 \\ 0 & -1 & 5 & 19 \end{pmatrix} \xrightarrow{II-III} \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 & 15 \\ 0 & -1 & 5 & 19 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Vemos que se trata de un S.C.I, luego vamos a expresar las ∞ soluciones en función de un parámetro (λ)

$$\left.\begin{array}{l} x - y + 3z = 15 \\ -y + 5z = 19 \end{array}\right\} \qquad \begin{array}{l} z = \lambda \\ -y + 5\lambda = 19 \\ -y = -5\lambda + 19 \\ y = -19 + 5\lambda \end{array} \qquad \begin{array}{l} x - (-19 + 5\lambda) + 3\lambda = 15 \\ x + 19 - 5\lambda + 3\lambda = 15 \\ x = -4 + 2\lambda \end{array}$$

Solución: $\boxed{\begin{array}{l} x = -4 + 2\lambda \\ y = -19 + 5\lambda \\ z = \lambda \end{array}}$

(8)

$$\left.\begin{array}{l} 2\log x + \log y = 2 \\ \log xy = 1 \end{array}\right\} \quad \left.\begin{array}{l} \log x^2 y = \log 10^2 \\ \log xy = \log 10 \end{array}\right\} \quad \left.\begin{array}{l} x^2 y = 10^2 \\ xy = 10 \end{array}\right\} \Rightarrow y = \frac{10}{x}$$

Así: $x^2 \cdot \frac{10}{x} = 10^2 \Rightarrow 10x = 10^2 \Rightarrow x = 10 \Rightarrow y = 1$

$\boxed{\text{Solución : } (10, 1)}$ Válida porque no queda log de un n.º negativo ni log de cero

9

$$\left.\begin{array}{l} x+y=5 \\ x^2-y^2=9 \end{array}\right\} \rightarrow \quad x=5-y$$

$$(5-y)^2-y^2=9$$

$$25+y^2-10y-y^2=9$$

$$25-10y=9$$

$$16=10y$$

$$y=\frac{16}{10}=\frac{8}{5}$$

$$x=5-\frac{8}{5}=\frac{25-8}{5}=\frac{17}{5}$$

$$\boxed{\text{Solución: } \left(\frac{17}{5},\frac{8}{5}\right)}$$

10

$$\frac{1}{2}\log(3x+4)+\log(x+1)=2-\log 5$$

$$\log\left[\sqrt{3x+4}\cdot(x+1)\right]=\log\frac{100}{5}$$

$$(x+1)\sqrt{3x+4}=\frac{100}{5}$$

$$(x+1)^2(3x+4)=\frac{100^2}{5^2}$$

$$(x^2+1+2x)(3x+4)=400$$

$$3x^3+4x^2+3x+4+6x^2+8x=400$$

$$3x^3+10x^2+11x-396=0$$

$$\begin{array}{r|rrrr} & 3 & 10 & 11 & -396 \\ 4 & & 12 & 88 & 396 \\ \hline & 3 & 22 & 99 & \boxed{0} \end{array}$$

$$3x^2+22x+99=0 \longrightarrow x=\frac{-22\pm\sqrt{-704}}{6} \rightarrow \text{No Sol.}$$

$$\boxed{\text{Solución: } x=4}$$

$$(4+1)\cdot(\sqrt{12+4})=\frac{100}{5}$$

$$5\cdot 4=20$$

Además, no anula ni hace 0 logaritmos