 Virlecha Antequera Curso 2022-2023	<b>GRUPO 1º B-C</b>	
	Tema 4 (Continuidad y límites)	21/2/23
	NOMBRE	
<b>ACLARACIONES PREVIAS: ACLARACIONES PREVIAS:</b> No se evaluará nada escrito en esta hoja. Poner el nombre en cada una de las hojas. Numerar las hojas. El examen debe hacerse a bolígrafo negro o azul, no evaluándose nada escrito a lápiz. Se permite la calculadora. El orden de realización es indiferente aunque todos los apartados del mismo ejercicio deben ir juntos. Tiempo: 55 minutos.		
<b>PUNTUACIÓN:</b> La especificada		

1—Estudia las asíntotas de las funciones (2 puntos cada una):

a)  $f(x) = \frac{x^2+1}{x+1}$

b)  $f(x) = \frac{2x+1}{x^2-9}$

2—Halla los siguientes límites: (1 punto cada uno)

a)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2-8}{x-2}$

b)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{2x^2-8}$

c)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( 7x^2 - \frac{7x^3+2x-1}{x-3} \right)$

d)  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 2x} - x)$

4—Halla k y a para que la función f(x) sea continua en todo su dominio (2 puntos)

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + x - 1 & \text{si } x \leq 0 \\ x + k & \text{si } 0 < x \leq 8 \\ a + \log_2 x & \text{si } x > 8 \end{cases}$$

# RESOLUCIÓN.

①

a)  $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x + 1}$

A.H  $\rightarrow \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty \rightarrow$  No hay

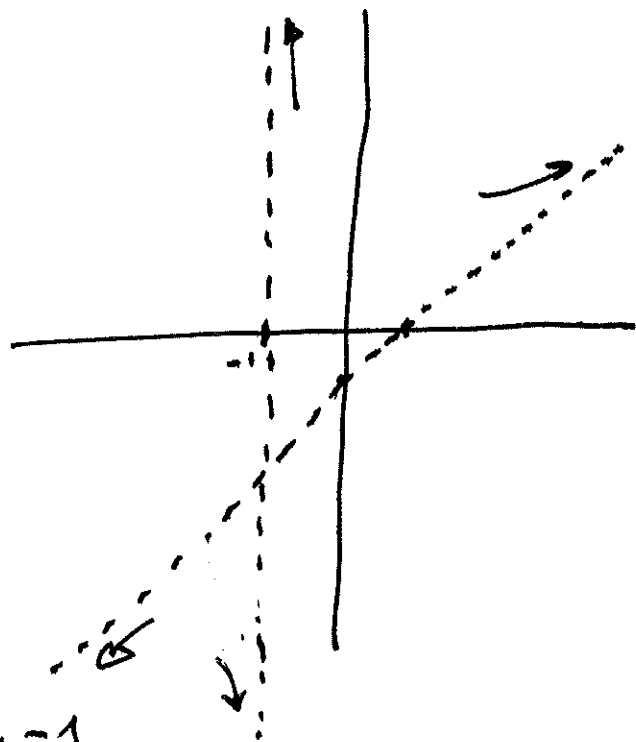
A.V  $\rightarrow x + 1 = 0 \rightarrow \boxed{x = -1}$

$\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{x^2 + 1}{x + 1} = \left[ \frac{2}{-0} \right] = -\infty$

$\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{x^2 + 1}{x + 1} = \left[ \frac{2}{+0} \right] = +\infty$

A. Oblicua  $\rightarrow m = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 1}{x^2 + x} = 1$

$n = \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) - mx = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 1}{x + 1} - 1 \cdot x = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 1 - x^2 - x}{x + 1} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 - x}{x + 1} = \underline{\underline{-1}}$



Ecuación asíntota oblicua:

$\boxed{y = x - 1}$

$x$	$x - 1$
0	-1
1	0

	$\frac{x^2 + 1}{x + 1}$	$x - 1$	
100	99'09	99	} Por arriba
1000	999'001	999	
-100	-101'02	-101	} Por abajo
-1000	-1001'002	-1001	

b)  $f(x) = \frac{2x + 1}{x^2 - 9}$

A.H  $\rightarrow \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x + 1}{x^2 - 9} = 0$

Asíntota horizontal en  $\boxed{y = 0}$

	$\frac{2x + 1}{x^2 - 9}$	$y = 0$	
100	0'02...	0	} arriba
1000	0'002...	0	
-100	-0'0199...	0	} abajo
-1000	-0'0019...	0	

Δ.V

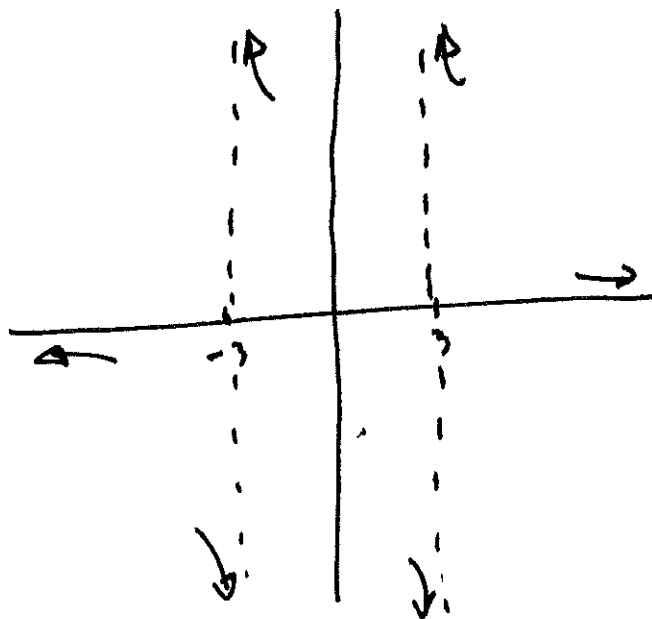
$$x^2 - 9 = 0 \rightarrow x = \pm 3$$

$$\lim_{x \rightarrow -3^-} \frac{2x+1}{x^2-9} = \left[ \frac{-5}{+0} \right] = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -3^+} \frac{2x+1}{x^2-9} = \left[ \frac{-5}{-0} \right] = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +3^-} \frac{2x+1}{x^2-9} = \left[ \frac{7}{-0} \right] = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +3^+} \frac{2x+1}{x^2-9} = \left[ \frac{7}{+0} \right] = +\infty$$



A. oblicua no hay por haber asintota horizontal.

2

$$a) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 - 8}{x-2} = \left[ \frac{0}{0} \right] = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2(x+2)(x-2)}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2} 2(x+2) = \boxed{8}$$

$$b) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{2x^2-8} = \left[ \frac{0}{0} \right] = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{2(x+2)(x-2)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{2(x+2)} = \frac{1}{8}$$

$$c) \lim_{x \rightarrow \infty} \left( 7x^2 - \frac{7x^3 + 2x - 1}{x-3} \right) = [\infty - \infty] = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^3 - 21x^2 + (7x^3 + 2x - 1)}{x-3} =$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-23x^2 + 1}{x-3} = \boxed{-\infty}$$

$$d) \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 2x} - x) = [\infty - \infty] = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(\sqrt{x^2 + 2x} - x)(\sqrt{x^2 + 2x} + x)}{\sqrt{x^2 + 2x} + x} =$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 2x - x^2}{\sqrt{x^2 + 2x} + x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x}{\sqrt{x^2 + 2x} + x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x}{2x} = \boxed{1}$$

3

Si  $x < 0 \rightarrow f$  es continua (polinomio)

Si  $0 < x < 8 \rightarrow f$  es continua (polinomio)

Si  $x > 8 \rightarrow f$  es continua (logaritmo)

$$\begin{aligned} \textcircled{x=0} \rightarrow \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 0} (x^2 + x - 1) = -1 \\ \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 0} (x + k) = k \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 0} (x^2 + x - 1) = -1 \\ \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 0} (x + k) = k \end{aligned}} \right\} k = -1$$

$$\begin{aligned} \textcircled{x=8} \rightarrow \lim_{x \rightarrow 8^-} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 8} (x + k) = 8 + k = 8 + (-1) = 7 \\ \lim_{x \rightarrow 8^+} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 8} (a + \log_2 x) = a + \log_2 8 = a + 3 \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 8^-} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 8} (x + k) = 8 + k = 8 + (-1) = 7 \\ \lim_{x \rightarrow 8^+} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 8} (a + \log_2 x) = a + \log_2 8 = a + 3 \end{aligned}} \right\}$$
$$7 = a + 3 \Rightarrow a = 4$$

Solución :  $k = -1$  y  $a = 4$