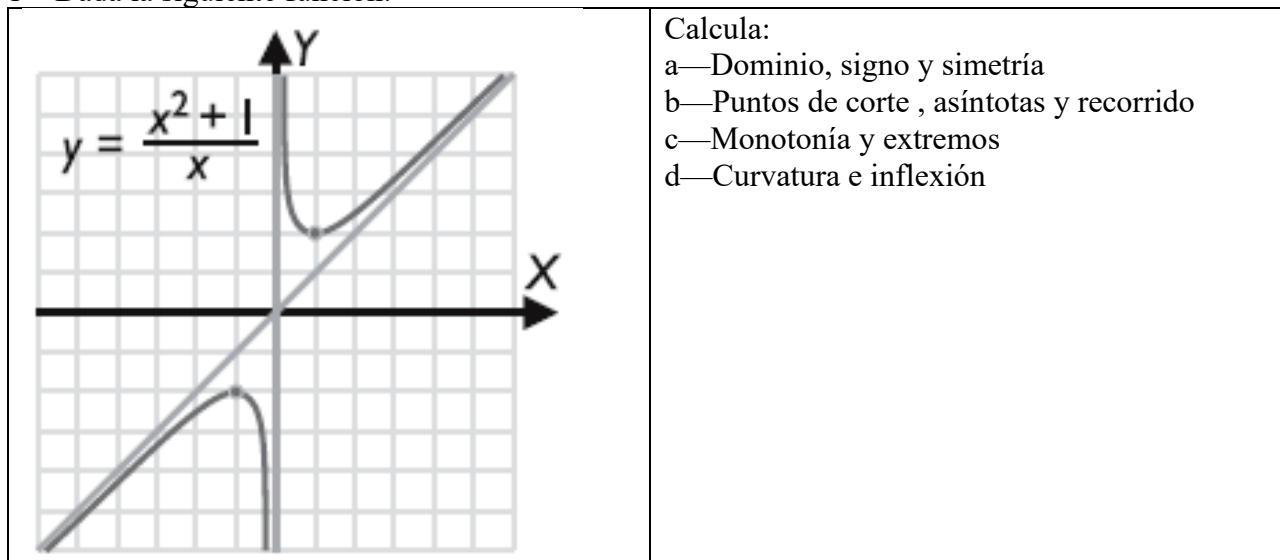


 Virlecha Antequera Curso 2022-2023	GRUPO 1º B	
	Tema 3 (Clasificación de funciones)	2/2/23
	NOMBRE	

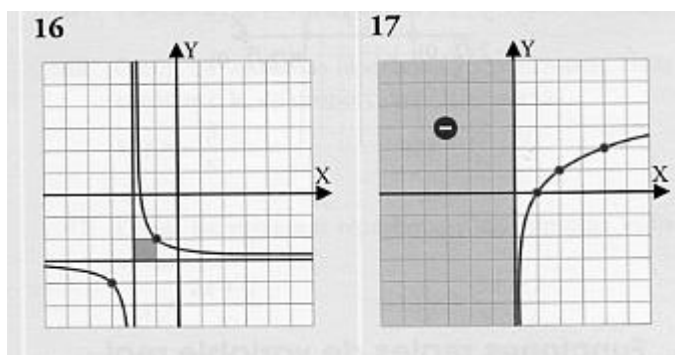
ACLARACIONES PREVIAS: ACLARACIONES PREVIAS: No se evaluará nada escrito en esta hoja. Poner el nombre en cada una de las hojas. Numerar las hojas. El examen debe hacerse a bolígrafo negro o azul, no evaluándose nada escrito a lápiz. Se permite la calculadora. El orden de realización es indiferente aunque todos los apartados del mismo ejercicio deben ir juntos. Tiempo: 55 minutos.

PUNTUACIÓN: Todos los problemas valen dos puntos excepto el primero que vale 4

1—Dada la siguiente función:



2—Obtén la expresión analítica de las funciones:



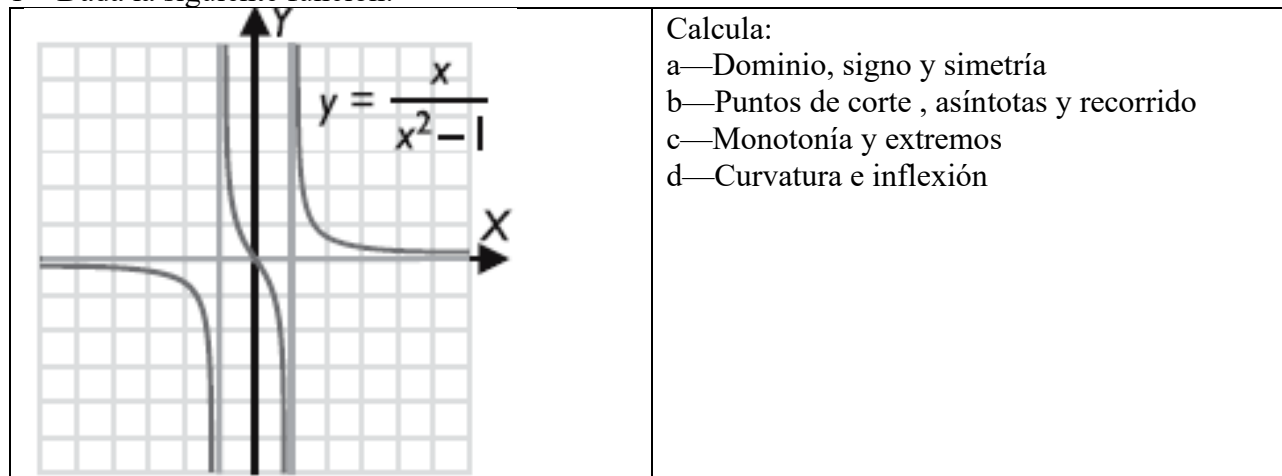
3—Dadas las funciones: $f(x) = \frac{x+1}{x-2}$ $g(x) = 2x-3$ $h(x) = x^2 - 1$
Calcula: a) $f \circ g$ b) $f^{-1} \circ h$ c) $h \circ g$ d) $h^{-1} \circ f$ ($x \geq 0$)

4—Representa gráficamente la función:

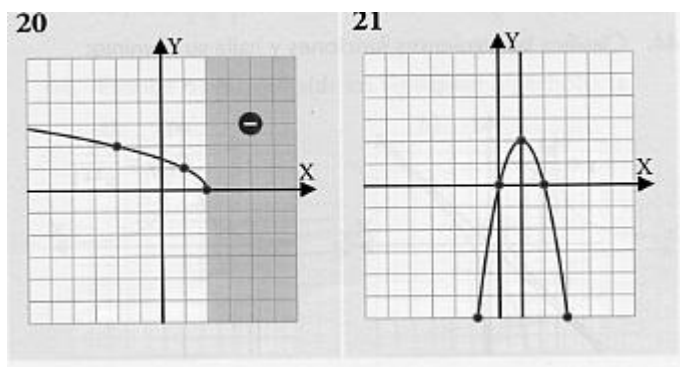
$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{-x} & \text{si } x \leq 0 \\ \log_2 x & \text{si } 0 < x \leq 2 \\ \frac{1}{2} x & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

 Virlecha Antequera Curso 2022-2023	GRUPO 1º C	
	Tema 3 (Clasificación de funciones)	2/2/23
	NOMBRE	
ACLARACIONES PREVIAS: No se evaluará nada escrito en esta hoja. Poner el nombre en cada una de las hojas. Numerar las hojas. El examen debe hacerse a bolígrafo negro o azul, no evaluándose nada escrito a lápiz. Se permite la calculadora. El orden de realización es indiferente aunque todos los apartados del mismo ejercicio deben ir juntos. Tiempo: 55 minutos.		
PUNTUACIÓN: Todos los problemas valen dos puntos excepto el primero que vale 4		

1—Dada la siguiente función:



2—Obtén la expresión analítica de las funciones:



3—Dadas las funciones: $f(x) = \frac{2x+1}{x-3}$ $g(x) = 3x-2$ $h(x) = x^2 + 1$
Calcula: a) $f \circ g$ b) $f^{-1} \circ h$ c) $h \circ g$ d) $h^{-1} \circ f$ ($x \geq 0$)

4—Representa gráficamente la función:

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{-x} & \text{si } x \leq 0 \\ \log_3 x & \text{si } 0 < x \leq 3 \\ \frac{1}{3}x & \text{si } x > 3 \end{cases}$$

RESOLUCIÓN 1.º B

- ③
- a)
- $\text{Dom}(f) = (-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$
 - Signo $\Rightarrow$ $f(x) > 0$ en $(0, +\infty)$
 $f(x) < 0$ en $(-\infty, 0)$
 - Simetrías: $f(x)$ es impar.
- b)
- Puntos de corte: No tiene.
 - Asíntotas: vertical en $x = 0$
oblicua en $y = x$
 - Recorrido: $(-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$
- c)
- Monotonía: $f(x)$ creciente $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$
 $f(x)$ decreciente $(-1, 0) \cup (0, 1)$
 - Extremos: Mínimo relativo en $(1, 2)$
Máximo relativo en $(-1, -2)$
- d)
- Curvatura: f cóncava en $(-\infty, 0)$
 f convexa en $(0, +\infty)$
 - Puntos inflexión: No tiene.

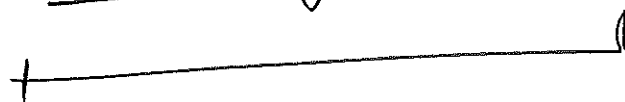
(2)

(16) → Es una hipérbola con $k=1$ y desplazamiento de 2 a la izquierda y 3 hacia abajo:

$$f(x) = \frac{1}{x+2} - 3 = \frac{1-3x-6}{x+2} = \boxed{\frac{-3x-5}{x+2}}$$

(17) → Es una función logarítmica (por la forma, la tona prohibida y los puntos de corte). Como $f(2)=1 \Rightarrow 2$ es la base. Así:

$$\boxed{f(x) = \log_2 x}$$



(3) a) $f \circ g(x) = f(g(x)) = f(2x-3) = \frac{2x-3+1}{2x-3-2} = \boxed{\frac{2x-2}{2x-5}}$

b) $f^{-1} \Rightarrow y = \frac{x+1}{x-2} \Rightarrow yx - 2y = x+1 \Rightarrow yx - x = 2y+1$
 $x(y-1) = 2y+1 \Rightarrow x = \frac{2y+1}{y-1}$

Así: $f^{-1}(x) = \frac{2x+1}{x-1}$

Ahora calculamos: $f \circ h(x) = f^{-1}(x^2-1) = \frac{2(x^2-1)+1}{x^2-1-1}$

$$= \frac{2x^2-2+1}{x^2-2} = \boxed{\frac{2x^2-1}{x^2-2}}$$

$$c) \quad h \circ f(x) = h(g(x)) = h(2x-3) = (2x-3)^2 - 1 = 4x^2 + 9 - 12x - 1 = \boxed{4x^2 - 12x + 8}$$

$$d) \quad h^{-1} \Rightarrow y = x^2 - 1 \Rightarrow x^2 = y + 1 \Rightarrow x = \pm \sqrt{y+1}$$

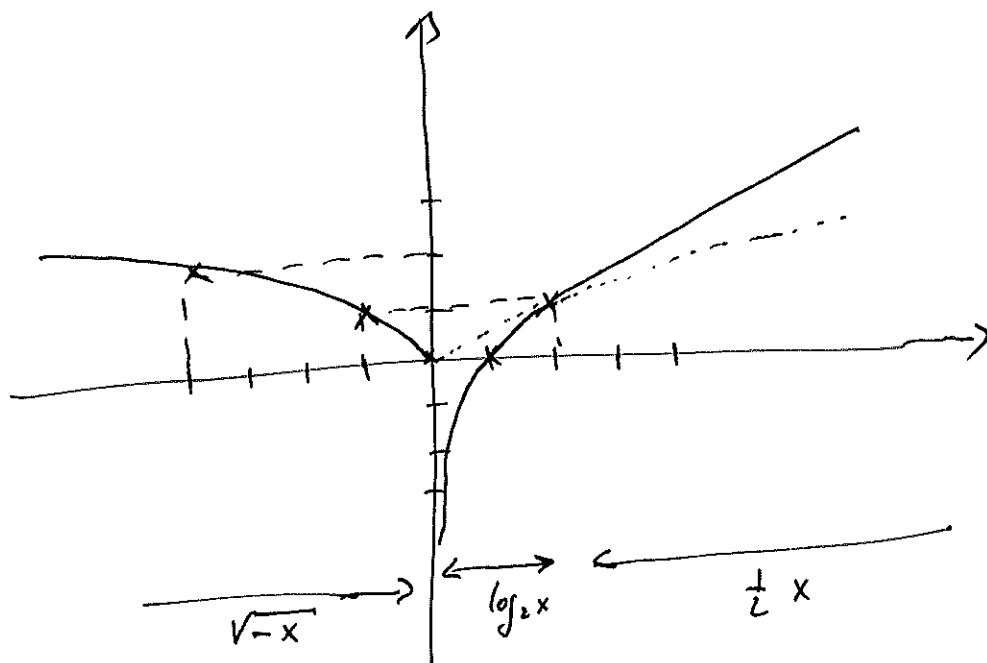
Como nos dice que $x \geq 0 \Rightarrow h^{-1}(x) = \sqrt{x+1}$

Así, $h^{-1} \circ f(x) = h^{-1}(f(x)) = h^{-1}\left(\frac{x+1}{x-2}\right) = \sqrt{\frac{x+1}{x-2} + 1}$

$$= \sqrt{\frac{x+1+x-2}{x-2}} = \boxed{\sqrt{\frac{2x-1}{x-2}}}$$



(4)



Resolución 1º C

1

a) • $\text{Dom}(f) = (-\infty, -1) \cup (-1, 1) \cup (1, +\infty)$

• Signo $\Rightarrow$ $f(x) > 0$ en $(-1, 0) \cup (1, +\infty)$
 $f(x) < 0$ en $(-\infty, -1) \cup (0, 1)$

• Simetría: $f(x)$ es impar.

b) • Puntos de corte: $(0, 0)$ ($\in$ eje OX y $\notin$ eje OY)

• Asíntotas: Verticales en $x = -1$ y $x = 1$
Horizontales en $y = 0$

• Recorrido: $\mathbb{R}$

c) • Monotonía: $f(x)$ decreciente en su dominio.

• Extremos: No hay

d) • Curvatura: f convexa en $(-1, 0) \cup (1, +\infty)$
 f cóncava en $(-\infty, -1) \cup (0, 1)$

• Ptos inflexión: $(0, 0)$



(2)

20) vemos que se trata de la función $\sqrt{-x}$ desplazada hacia la derecha 2 posiciones. Así:

$$f(x) = \sqrt{-(x-2)} = \boxed{\sqrt{2-x}}$$

21) Se trata de una función cuadrática

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

$c \rightarrow$ corte con el eje $OY \Rightarrow c = 0$

$a \rightarrow$ desplazamiento en vertical al desplazarnos horizontalmente una unidad desde el vértice: $a = -2$

$b \rightarrow$ El vértice está en $x = 1 = -\frac{b}{2a} \Rightarrow b = -2a = 4$

Luego la función es $\boxed{f(x) = -2x^2 + 4x}$



(3)

$$a) f \circ g(x) = f(g(x)) = f(3x-2) = \frac{2(3x-2)+1}{3x-2-3} = \frac{6x-4+1}{3x-5} =$$

$$\boxed{\frac{6x-3}{3x-5}}$$

$$b) f^{-1} \Rightarrow y = \frac{2x+1}{x-3} \rightarrow yx - 3y = 2x+1 \rightarrow yx - 2x = 3y+1$$

$$x(y-2) = 3y+1 \Rightarrow x = \frac{3y+1}{y-2} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{3x+1}{x-2}$$

$$\text{Ahora calculamos: } f^{-1} \circ h(x) = f^{-1}(x^2+1) = \frac{3(x^2+1)+1}{x^2+1-2} =$$

$$\frac{3x^2+3+1}{x^2-1} = \boxed{\frac{3x^2+4}{x^2-1}}$$

$$c) \quad h \circ f(x) = h(f(x)) = h(3x-2) = (3x-2)^2 + 1 = 9x^2 + 4 - 12x + 1 \\ = \boxed{9x^2 - 12x + 5}$$

d) $h^{-1} \circ f$

Primero calculamos h^{-1} :

$$y = x^2 + 1 \Rightarrow x^2 = y - 1$$

$$x = \pm \sqrt{y-1} \quad \text{como } x \geq 0 \Rightarrow$$

$$x = \sqrt{y-1} \quad \text{Así:} \quad h^{-1}(x) = \sqrt{x-1}$$

$$\text{Ahora hacemos } h^{-1} \circ f(x) = h^{-1}(f(x)) = h^{-1}\left(\frac{2x+1}{x-3}\right) = \sqrt{\frac{2x+1}{x-3} - 1}$$

$$= \sqrt{\frac{2x+1-x+3}{x-3}} = \boxed{\sqrt{\frac{x+4}{x-3}}}$$

(4)

x	$\sqrt{-x}$
0	0
-1	1
-4	2

x	$\log_3 x$
1	0
3	1

x	$\frac{1}{3}x$
0	0
3	1

