 Virlecha Antequera Curso 2022-2023	GRUPO 1º Bto	
	Global 2 Eval	16/3/23
	NOMBRE	
<p>ACLARACIONES PREVIAS: ACLARACIONES PREVIAS: No se evaluará nada escrito en esta hoja. Poner el nombre en cada una de las hojas. Numerar las hojas. El examen debe hacerse a bolígrafo negro o azul, no evaluándose nada escrito a lápiz. Se permite la calculadora. El orden de realización es indiferente aunque todos los apartados del mismo ejercicio deben ir juntos. Tiempo: 55 minutos.</p> <p>PUNTUACIÓN: Todos los problemas valen dos puntos excepto el primero que vale 4</p>		

1—Estudia las asíntotas de la función (2 puntos): $f(x) = \frac{x^2+1}{2x}$

2—Estudia las asíntotas de la función (2 puntos): $f(x) = \frac{x-1}{x^2-4}$

3—Calcula la función derivada de (2 puntos): $f(x) = \frac{x \sqrt[3]{x^2}}{\sqrt{x}} + x \sqrt[4]{x^3}$

4—Calcula los siguientes límites: (1 punto cada uno):

a. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x+1}{2x^2+4x+2}$

b. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x^2}{x+1} - \frac{x^2+2x-3}{x+5} \right)$

c. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt{x^2+x-1} - \sqrt{x^2+2x-3} \right)$

4—Estudia la continuidad y representa gráficamente la función (1 punto):

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 4 & \text{si } x \leq 0 \\ \log_3 x & \text{si } 0 < x \leq 3 \\ 2x - 5 & \text{si } x > 3 \end{cases}$$

Resolución

①

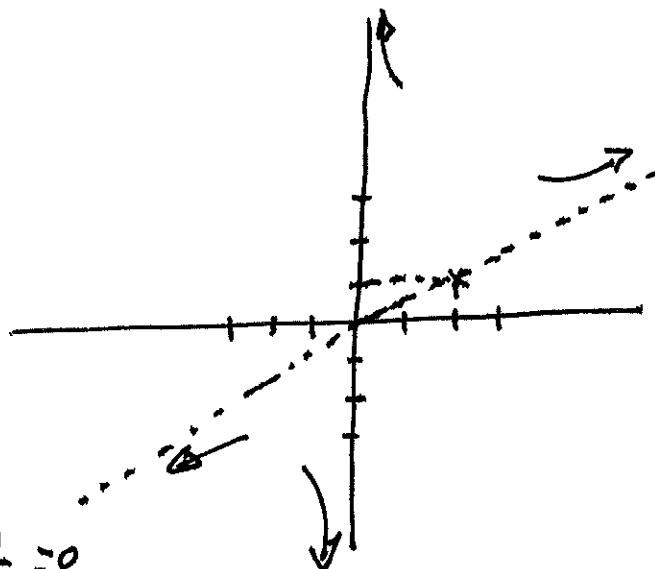
$$f(x) = \frac{x^2 + 1}{2x}$$

A. Horizontal: $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty \rightarrow$ No hay

A. Vertical: $x=0$

$$x=0 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x^2 + 1}{2x} = \left[\frac{1}{-0} \right] = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x^2 + 1}{2x} = \left[\frac{1}{0^+} \right] = +\infty$$

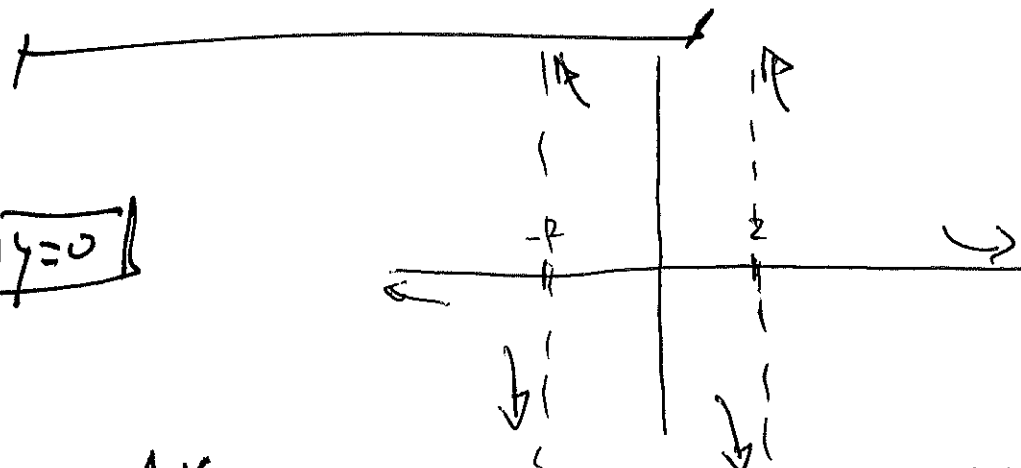


A. Oblicua: $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 1}{2x^2} = \frac{1}{2} = m$

$$n = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 1}{2x} - \frac{1}{2}x = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 1 - x^2}{2x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{2x} = 0$$

$\Delta S'$ $y = \frac{1}{2}x$

	$\frac{x^2 + 1}{2x}$	$\frac{1}{2}x$	
100	50'005	50	arriba
1000	500'005	500	
-100	-50'005	-50	abajo
-1000	-500'005	-500	



②

$$f(x) = \frac{x-1}{x^2-4}$$

A. H. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x-1}{x^2-4} = 0 \Rightarrow$ $y=0$

$\frac{x-1}{x^2-4}$	$7=0$		
100	0'009	0	arriba
1000	0'0009	0	
100	-0'01	0	abajo
-1000	-0'001	0	

A. V. $x=2$ $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x-1}{x^2-4} = \left[\frac{1}{-0} \right] = -\infty$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x-1}{x^2-4} = \left[\frac{1}{+0} \right] = +\infty$$

$x=-2$ $\lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{x-1}{x^2-4} = \left[\frac{-3}{0} \right] = +\infty$

$$\lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{x-1}{x^2-4} = \left[\frac{-3}{+0} \right] = -\infty$$

3-

$$\left(\frac{x \sqrt[3]{x^2}}{\sqrt{x}} + x \sqrt[4]{x^3} \right)' = \left(x^{7/6} \right)' + \left(x^{7/4} \right)' = \frac{7}{6} x^{1/6} + \frac{7}{4} x^{3/4} =$$

$$\frac{x \sqrt[3]{x^2}}{\sqrt{x}} = \frac{x x^{2/3}}{x^{1/2}} = x^{7/6}$$

$$x \sqrt[4]{x^3} = x x^{3/4} = x^{7/4}$$

$$\frac{7 \sqrt[6]{x}}{6} + \frac{7 \sqrt[4]{x^3}}{4}$$

4

$$a) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x+1}{2x^2+4x+2} = \left[\frac{0}{0} \right] = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x+1}{2(x+1)^2} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{1}{2(x+1)}$$

$$= \left[\frac{1}{0} \right] \rightarrow \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{1}{2(x+1)} = \left[\frac{1}{-0} \right] = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{1}{2(x+1)} = \left[\frac{1}{+0} \right] = +\infty$$

$$b) \lim_{x \rightarrow \infty} \left[\frac{2x^2}{x+1} - \frac{x^2+2x-3}{x+5} \right] = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x(x+5) - (x+1)(x^2+2x-3)}{(x+1)(x+5)} =$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3+10x^2-x^3-2x^2+3x-x^2-2x+3}{x^2+6x+5} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3+7x^2+x+3}{x^2+6x+5} = \boxed{\infty}$$

$$c) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(\sqrt{x^2+x-1} - \sqrt{x^2+2x-3}) \cdot (\sqrt{x^2+x-1} + \sqrt{x^2+2x-3})}{\sqrt{x^2+x-1} + \sqrt{x^2+2x-3}} =$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2+x-1-x^2-2x+3}{\sqrt{x^2+x-1} + \sqrt{x^2+2x-3}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-x+2}{2x} = \boxed{-\frac{1}{2}}$$

4

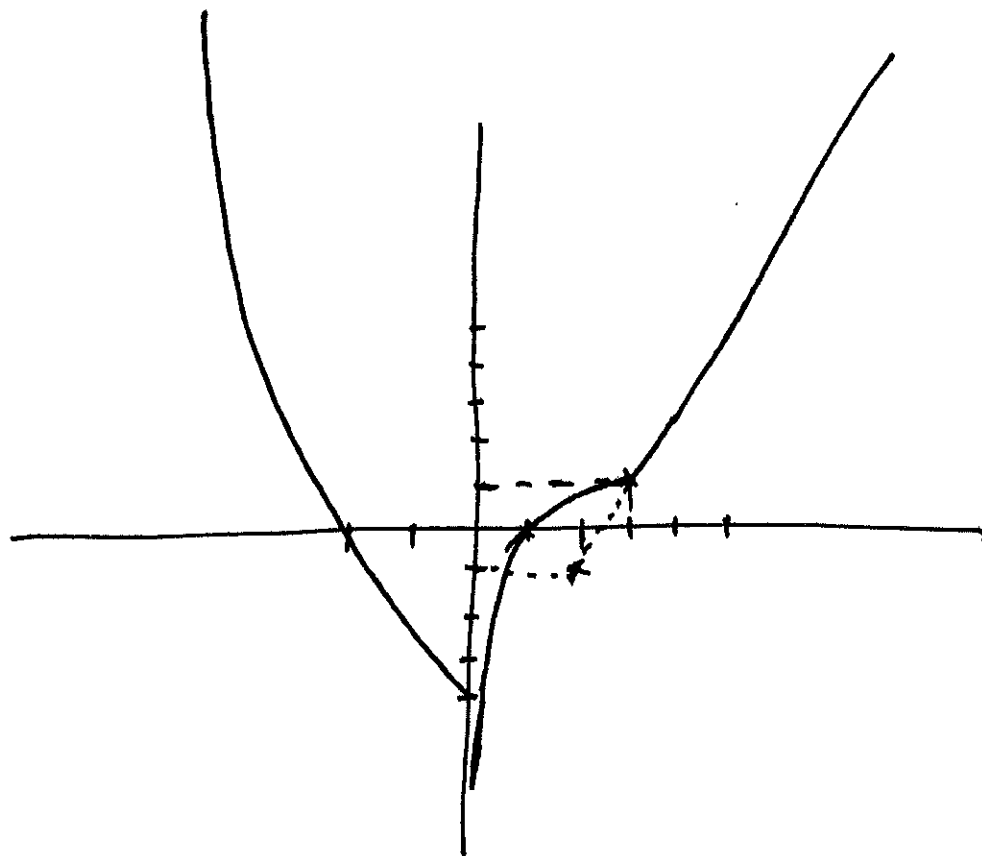
$$f(x) = x^2 - 4$$

vértice:	0	-4
----------	---	----

raíces:	2	0
	-2	0

$\log_3 x$	3	1
	1	0

$2x - 5$	0	-5
	2	-1
	3	1



Estudio de la continuidad:

$x < 0 \rightarrow$ Continua por ser polinómica.

$$x = 0 \begin{cases} \rightarrow \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} (x^2 - 4) = -4 \\ \rightarrow \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \log_3 x = -\infty \end{cases} \begin{cases} \text{Discontinuidad} \\ \text{salto infinito.} \end{cases}$$

$0 < x < 3 \rightarrow$ Continua por ser logarítmica (en su dominio)

$$x = 3 \begin{cases} \rightarrow \lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^-} \log_3 3 = 1 \\ \rightarrow \lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^+} (2x - 5) = 1 \end{cases} \begin{cases} \text{Continua} \\ \text{en } x = 3 \end{cases}$$

$x > 3 \rightarrow$ Continua por ser polinómica.

Conclusión: $f(x)$ continua en $\mathbb{R} - \{0\}$, donde tiene una discontinuidad de salto infinito.