La Salle Virlecha - Antequera Departamento de Ciencias Curso 2022-2023	**Matemáticas 1 1ºC**		
	3ª Evaluación	Tema Derivadas	20 de abril de 2023
	NOMBRE:		

ACLARACIONES PREVIAS: No se evaluará nada escrito en esta hoja. Poner el nombre en cada una de las hojas. Numerar las hojas. El examen debe hacerse a bolígrafo negro o azul, no evaluándose nada escrito a lápiz. Se permite la calculadora. El orden de realización es indiferente aunque todos los apartados del mismo ejercicio deben ir juntos. Tiempo: 55 minutos.

PUNTUACIÓN: El ejercicio 9 vale dos puntos; los demás, un punto cada uno

Calcula la función derivada de cada una de las siguientes funciones, simplificando cuando sea posible:

1. $f(x) = ctg(\frac{x-1}{x+1})$
2. $f(x) = \ln^2 2x^3$
3. $f(x) = \frac{x - cosx}{x + sen\ x}$
4. $f(x) = sec 2x$
5. $f(x) = e^{\sqrt{2x+3}}$
6. $f(x) = sen^2(x^4 + x)$
7. $f(x) = x^2 2^x$
8. $f(x) = sec^3 x^2$
9. Calcula las dos primeras derivadas de: $f(x) = \frac{x^2-1}{x+3}$

RESOLUCIÓN

① $\left[ctg\left(\frac{x-1}{x+1}\right)\right]' = \left[tg^{-1}\left(\frac{x-1}{x+1}\right)\right]' = -tg^{-2}\left(\frac{x-1}{x+1}\right)\cdot\left[tg\left(\frac{x-1}{x+1}\right)\right]'$

$\left(tg\left(\frac{x-1}{x+1}\right)\right)' = sec^2\left(\frac{x-1}{x+1}\right)\cdot\left(\frac{x-1}{x+1}\right)' = sec^2\left(\frac{x-1}{x+1}\right)\cdot\frac{2}{(x+1)^2}$

$\left(\frac{x-1}{x+1}\right)' = \frac{x+1-(x-1)}{(x+1)^2} = \frac{2}{(x+1)^2}$

$= -ctg^2\left(\frac{x-1}{x+1}\right)\cdot sec^2\left(\frac{x-1}{x+1}\right)\cdot\frac{2}{(x+1)^2} = -\frac{\cancel{\cos^2\left(\frac{x-1}{x+1}\right)}}{sen^2\left(\frac{x-1}{x+1}\right)}\cdot\frac{1}{\cancel{\cos^2\left(\frac{x-1}{x+1}\right)}}\cdot\frac{2}{(x+1)^2}$

$= \frac{-2}{(x+1)^2 sen^2\left(\frac{x-1}{x+1}\right)} = \boxed{-\frac{2\,cosec^2\left(\frac{x-1}{x+1}\right)}{(x+1)^2}}$

② $(ln^2 2x^3)' = 2ln(2x^3)\cdot\left[ln(2x^3)\right]' = 2ln(2x^3)\cdot\frac{3}{x} = \boxed{\frac{6\,ln(2x^3)}{x}}$

$\left(ln(2x^3)\right)' = \frac{6x^2}{2x^3} = \frac{3}{x}$

③ $\left(\frac{x-\cos x}{x+sen x}\right)' = \frac{(x-\cos x)'(x+sen x)-(x-\cos x)(x+sen x)'}{(x+sen x)^2} =$

$(x-\cos x)' = 1+sen x$

$(x+sen x)' = 1+\cos x$

$\frac{(1+sen x)(x+sen x)-(x-\cos x)(1+\cos x)}{(x+sen x)^2} =$

$\frac{\cancel{x}+sen x+x\,sen x+sen^2 x-\cancel{x}-x\cos x+\cos x+\cos^2 x}{(x+sen x)^2} =$

$$= \frac{\operatorname{sen} x + \cos x + x(\operatorname{sen} x - \cos x) + \operatorname{sen}^2 x + \cos^2 x}{(x + \operatorname{sen} x)^2} =$$

$$\boxed{\frac{\operatorname{sen} x + \cos x + x(\operatorname{sen} x - \cos x) + 1}{(x + \operatorname{sen} x)^2}}$$

④ $(\sec(2x))' = (\cos^{-1}(2x))' = -\cos^{-2}(2x) \cdot (\cos(2x))' =$

$(\cos 2x)' = (-\operatorname{sen} 2x) \cdot 2 = -2\operatorname{sen} 2x$

$= -\cos^{-2}(2x) \cdot (-2\operatorname{sen} 2x) =$

$2\,\dfrac{\operatorname{sen} 2x}{\cos^2 2x} = 2\,\dfrac{\operatorname{sen} 2x}{\cos 2x} \cdot \dfrac{1}{\cos 2x} =$

$\boxed{2\operatorname{tg} 2x \cdot \sec 2x}$

⑤ $\left(e^{\sqrt{2x+3}}\right)' = e^{\sqrt{2x+3}} \cdot \left(\sqrt{2x+3}\right)' = e^{\sqrt{2x+3}} \cdot \dfrac{1}{\sqrt{2x+3}} =$

$\left(\sqrt{2x+3}\right)' = \dfrac{1}{2\sqrt{2x+3}} \cdot 2 = \dfrac{1}{\sqrt{2x+3}}$

$\boxed{\dfrac{e^{\sqrt{2x+3}}}{\sqrt{2x+3}}}$

⑥ $\left(\operatorname{sen}^2(x^4+x)\right)' = 2\operatorname{sen}(x^4+x) \cdot (\operatorname{sen}(x^4+x))' =$

$\operatorname{sen}(x^4+x)' = \cos(x^4+x) \cdot (x^4+x)' =$

$= (4x^3+1)\cos(x^4+x)$

$2\operatorname{sen}(x^4+x) \cdot (4x^3+1)\cos(x^4+x)$

$= \boxed{2(4x^3+1)\operatorname{sen}(x^4+x)\cos(x^4+x)}$

⑦ $(x^2 \cdot 2^x)' = (x^2)' 2^x + x^2 \cdot (2^x)' = 2x \cdot 2^x + x^2 \cdot 2^x \cdot \ln 2 =$

$(x^2)' = 2x$

$(2^x)' = 2^x \cdot \ln 2$

$\boxed{x \cdot 2^x (2 + x \ln 2)}$

⑧ $(\sec^3 x^2)' = (\cos^{-3} x^2)' = (-3\cos^{-4} x^2) \cdot (\cos x^2)' =$

$(\cos x^2)' = -\text{sen}\, x^2 \cdot (2x) = -2x\, \text{sen}\, x^2$

$-3\cos^{-4} x^2 \cdot (-2x\, \text{sen}\, x^2) =$

$\dfrac{6x\, \text{sen}\, x^2}{\cos^4 x^2} = \dfrac{6x\, \text{sen}\, x^2}{\cos x^2} \cdot \dfrac{1}{\cos^3 x^2} =$

$\boxed{6x\, \text{tg}\, x^2 \cdot \sec^3 x^2}$

⑨ $f'(x) = \left(\dfrac{x^2-1}{x+3}\right)' = \dfrac{2x(x+3) - (x^2-1)}{(x+3)^2} = \boxed{\dfrac{x^2+6x+1}{(x+3)^2}}$

$f''(x) = \left(\dfrac{x^2+6x+1}{(x+3)^2}\right)' = \dfrac{(2x+6)(x+3)^{\cancel{2}} - (x^2+6x+1) \cdot 2\cancel{(x+3)}}{(x+3)^{\cancel{4}\,3}} =$

$\dfrac{(2x+6)(x+3) - 2(x^2+6x+1)}{(x+3)^3} = \dfrac{\cancel{2x^2}+\cancel{6x}+\cancel{6x}+18-\cancel{2x^2}-\cancel{12x}-2}{(x+3)^3}$

$= \boxed{\dfrac{16}{(x+3)^3}}$