	GRUPO 1º Bto	
La Salle Virlecha Antequera Curso 2022-2023	Recuperaciónl 2 Eval	*13/4/23*
	NOMBRE	

ACLARACIONES PREVIAS: ACLARACIONES PREVIAS: No se evaluará nada escrito en esta hoja. Poner el nombre en cada una de las hojas. Numerar las hojas. El examen debe hacerse a bolígrafo negro o azul, no evaluándose nada escrito a lápiz. Se permite la calculadora. El orden de realización es indiferente aunque todos los apartados del mismo ejercicio deben ir juntos. Tiempo: 55 minutos.

PUNTUACIÓN: Todos los problemas valen dos puntos excepto el primero que vale 4

1—Estudia las asíntotas de la función ***(2 puntos):*** $f(x) = \frac{x^3}{x^2-1}$

2— Calcula la función derivada de ***(2 puntos):*** $f(x) = \frac{x^2-5x+3}{x-2} - \frac{x+1}{x^2-4}$

3—Calcula la función derivada de ***(2 puntos):*** $f(x) = \frac{x^2\ \sqrt[3]{x^5}}{\sqrt{x}} + x\sqrt[4]{x^6}$

4—Calcula los siguientes límites: ***(1 punto cada uno):***

a. $\lim_{x\to 2} \frac{x^2-3x+2}{x^2-4}$

b. $\lim_{x\to\infty} \left(\frac{x^2}{x+1} - \frac{2x^2+x}{2x+3}\right)$

c. $\lim_{x\to\infty} \left(\sqrt{x^2-1} - \sqrt{x^2+x+3}\right)$

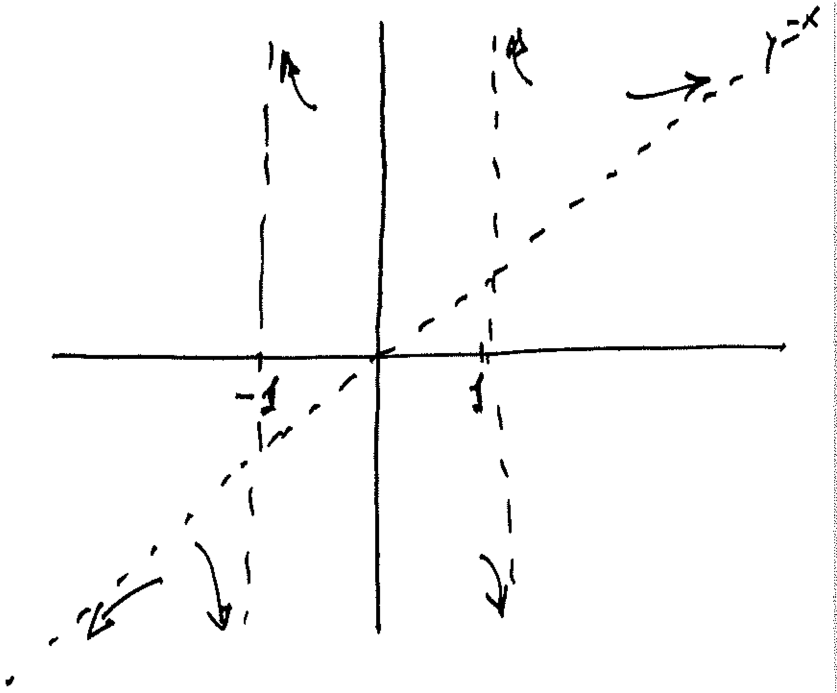
5-Dadas las funciones: (1 punto)

$f(x) = 2x + 3$; $g(x) = \frac{x+1}{x-3}$

Calcula : $f \circ g^{-1}$

RESOLUCIÓN REC 2 - 22-23

① $f(x) = \dfrac{x^3}{x^2-1}$



A.H. $\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = \infty \Rightarrow$ No tiene

A.V $x^2-1=0 \Rightarrow x = \pm 1$

$$\lim_{x\to -1^-} \frac{x^3}{x^2-1} = \left[\frac{-1}{+0}\right] = -\infty$$

$$\lim_{x\to -1^+} \frac{x^3}{x^2-1} = \left[\frac{-1}{-0}\right] = +\infty$$

$$\lim_{x\to 1^-} \frac{x^3}{x^2-1} = \left[\frac{1}{-0}\right] = -\infty$$

$$\lim_{x\to 1^+} \frac{x^3}{x^2-1} = \left[\frac{1}{+0}\right] = +\infty$$

A. oblicuas: $m = \lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{f(x)}{x} = \lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{x^3}{x^3-x} = 1$

$$n = \lim_{x\to\infty} f(x) - mx = \lim_{x\to\infty} \frac{x^3}{x^2-1} - x =$$

$$\lim_{x\to\infty} \frac{x^3-x^3+x}{x^2-1} = \lim_{x\to\infty} \frac{x}{x^2-1} = 0$$

Ecuación asíntota oblicua: $\boxed{y = x}$

Aproximación a la asíntota oblicua

	$y=x$	$f=\frac{x^3}{x^2-1}$	
100	100	100'01 ...	Por arriba
1000	1000	1000'001	
-100	-100	-100'01 ...	Por abajo
-1000	-1000	-1000'001	

② $\left(\dfrac{x^2-5x+3}{x-2}-\dfrac{x+1}{x^2-4}\right)'=\left(\dfrac{x^2-5x+3}{x-2}\right)'-\left(\dfrac{x+1}{x^2-4}\right)'=$

$\left(\dfrac{x^2-5x+3}{x-2}\right)'=\dfrac{(2x-5)(x-2)-(x^2-5x+3)}{(x-2)^2}=$

$\dfrac{2x^2-4x-\cancel{5x}+10-x^2+\cancel{5x}-3}{(x-2)^2}=\dfrac{x^2-4x+7}{(x-2)^2}$

$\left(\dfrac{x+1}{x^2-4}\right)'=\dfrac{1\cdot(x^2-4)-(x+1)2x}{(x^2-4)^2}=\dfrac{x^2-4-2x^2-2x}{(x^2-4)^2}=$

$\dfrac{-x^2-2x-4}{(x^2-4)^2}$

$\boxed{\dfrac{x^2-4x+7}{(x-2)^2}-\dfrac{-x^2-2x-4}{(x^2-4)^2}}$

Suficiente. No hace falta realizar la resta.

③ $\left(\dfrac{x^2\sqrt[3]{x^5}}{\sqrt{x}}+x\sqrt[4]{x^6}\right)'=\left(x^{19/6}+x^{5/2}\right)'=\dfrac{19}{6}x^{13/6}+\dfrac{5}{2}x^{3/2}=$

$\dfrac{x^2\,x^{5/3}}{x^{1/2}}=x^{2+5/3-1/2}=x^{19/6}$

$x\sqrt[4]{x^6}=x\cdot x^{6/4}=x\cdot x^{3/2}=x^{5/2}$

$\dfrac{19\sqrt[6]{x^{13}}}{6}+\dfrac{5\sqrt{x^3}}{2}=$

$\boxed{\dfrac{19x^2\sqrt[6]{x}}{6}+\dfrac{5x\sqrt{x}}{2}}$

④.a $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2-3x+2}{x^2-4}=\left[\dfrac{0}{0}\right]=\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{(x-2)(x-1)}{(x-2)(x+2)}=$

$\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x-1}{x+2}=\boxed{\dfrac{1}{4}}$

$x^2-3x+2=0$

$x=\dfrac{3\pm\sqrt{9-8}}{2}=\dfrac{3\pm 1}{2}\nearrow^{2}_{\searrow 1}$

4.b

$$\lim_{x\to\infty}\left(\frac{x^2}{x+1}-\frac{2x^2+x}{2x+3}\right)=\lim_{x\to\infty}\frac{x^2(2x+3)-(x+1)(2x^2+x)}{(x+1)(2x+3)}=$$

$$[\infty]-[\infty]$$

$$\lim_{x\to\infty}\frac{\cancel{2x^3}+\cancel{3x^2}-\cancel{2x^3}-\cancel{x^2}-\cancel{2x^2}-x}{2x^2+3x+2x+3}=\lim_{x\to\infty}\frac{-x}{2x^2+5x+3}=\boxed{0}$$

4.c

$$\lim_{x\to\infty}\left(\sqrt{x^2-1}-\sqrt{x^2+x+3}\right)\cdot\frac{\left(\sqrt{x^2-1}+\sqrt{x^2+x+3}\right)}{\sqrt{x^2-1}+\sqrt{x^2+x+3}}=$$

$$(\infty-\infty)$$

$$\lim_{x\to\infty}\frac{x^2-1-(x^2+x+3)}{\sqrt{x^2-1}+\sqrt{x^2+x+3}}=\lim_{x\to\infty}\frac{-x-4}{\sqrt{x^2-1}+\sqrt{x^2+x+3}}=$$

$$\lim_{x\to\infty}\frac{-x-4}{x+x}=\lim_{x\to\infty}\frac{-x-4}{2x}=\boxed{-\frac{1}{2}}$$

5

Calculo g^{-1}: $y=\dfrac{x+1}{x-3}\Rightarrow y(x-3)=x+1\Rightarrow yx-3y=x+1\Rightarrow$

$yx-x=3y+1\Rightarrow x(y-1)=3y+1\Rightarrow$

$x=\dfrac{3y+1}{y-1}\Rightarrow g^{-1}(x)=\dfrac{3x+1}{x-1}$

Así, $(f\circ g^{-1})(x)=f(g^{-1}(x))=f\left(\dfrac{3x+1}{x-1}\right)=2\left(\dfrac{3x+1}{x-1}\right)+3=$

$$\frac{6x+2}{x-1}+3=\frac{6x+2+3x-3}{x-1}=\boxed{\frac{9x-1}{x-1}}$$