La Salle Virlecha - Antequera Departamento de Ciencias Curso 2022-2023	**Matemáticas 1 1ºC**		
	3ª Evaluación	Aplicaciones Derivadas	25 de mayo de 2023
	NOMBRE:		

ACLARACIONES PREVIAS: No se evaluará nada escrito en esta hoja. Poner el nombre en cada una de las hojas. Numerar las hojas. El examen debe hacerse a bolígrafo negro o azul, no evaluándose nada escrito a lápiz. Se permite la calculadora. El orden de realización es indiferente aunque todos los apartados del mismo ejercicio deben ir juntos. Tiempo: 55 minutos.

PUNTUACIÓN: La especificada

Calcula la función derivada de cada una de las siguientes funciones, simplificando cuando sea posible (1 punto cada una)

1. $f(x) = cos^3(\sqrt{2x^2+3})$
2. $f(x) = cosec^2(\sqrt{x})$

3. Calcula las dos primeras derivadas de: (2 puntos) $f(x) = \frac{2x^2+1}{x-3}$

4. Calcula monotonía, curvatura, extremos y puntos de inflexión de (3 puntos cada una)

a) $f(x) = \frac{x^2}{x+3}$

b) $f(x) = \frac{x^2-3x+3}{x-1}$

RESOLUCIÓN 1 (Aplicaciones Derivadas 22-23)

(1) $\left[\cos^3\left(\sqrt{2x^2+3}\right)\right]' = 3\cos^2\left[\sqrt{2x^2+3}\right]\cdot\left(\cos\sqrt{2x^2+3}\right)' =$

$\left(\cos\sqrt{2x^2+3}\right)' = -\text{sen}\sqrt{2x^2+3}\cdot\left(\sqrt{2x^2+3}\right)' =$

$-\text{sen}\left(\sqrt{2x^2+3}\right)\cdot\frac{2\cancel{4}x}{\cancel{2}\sqrt{2x^2+3}}$

$-3\cos^2\sqrt{2x^2+3}\;\text{sen}\sqrt{2x^2+3}\;\frac{2x}{\sqrt{2x^2+3}} =$

$$\boxed{-\frac{6x\cos^2\sqrt{2x^2+3}\;\text{sen}\sqrt{2x^2+3}}{\sqrt{2x^2+3}}}$$

(2) $\left(\text{cosec}^2\sqrt{x}\right)' = \left(\text{sen}^{-2}\sqrt{x}\right)' = -2\,\text{sen}^{-3}\sqrt{x}\cdot\left(\text{sen}\sqrt{x}\right)' =$

$\left(\text{sen}\sqrt{x}\right)' = \cos\sqrt{x}\cdot\frac{1}{2\sqrt{x}}$

$-2\,\text{sen}^{-3}\sqrt{x}\cdot\cos\sqrt{x}\cdot\frac{1}{2\sqrt{x}} =$

$$-\frac{\cos\sqrt{x}}{\sqrt{x}\;\text{sen}^3\sqrt{x}} = \boxed{-\frac{\text{ctg}\sqrt{x}\cdot\text{cosec}^2\sqrt{x}}{\sqrt{x}}}$$

(3) $\left(\frac{2x^2+1}{x-3}\right)' = \frac{4x(x-3)-(2x^2+1)}{(x-3)^2} = \frac{4x^2-12x-2x^2-1}{(x-3)^2} = \boxed{\frac{2x^2-12x-1}{(x-3)^2} = f'(x)}$

$\left(\frac{2x^2-12x-1}{(x-3)^2}\right)' = \frac{(4x-12)(x-3)^2-(2x^2-12x-1)\cdot 2(x-3)}{(x-3)^4} = \frac{(4x-12)(x-3)-2(2x^2-12x-1)}{(x-3)^3}$

$$= \frac{\cancel{4x^2}-\cancel{12x}-\cancel{12x}+36-\cancel{4x^2}+\cancel{24x}+2}{(x-3)^3} = \boxed{\frac{38}{(x-3)^3} = f''(x)}$$

4-a

$$f(x)=\frac{x^2}{x+3}\rightarrow f'(x)=\frac{2x(x+3)-x^2}{(x+3)^2}=\frac{2x^2+6x-x^2}{(x+3)^2}=\frac{x^2+6x}{(x+3)^2}$$

$x^2+6x=0\rightarrow \begin{cases}x=0\\ x=-6\end{cases}$

$x+3=0\rightarrow x=-3$

$\nearrow$ $+$	-6	$\searrow$ $-$	-3	$\searrow$ $-$	0	$\nearrow$ $+$

$f(x)$ creciente en $(-\infty,-6)\cup(0,+\infty)$

$f(x)$ decreciente en $(-6,-3)\cup(-3,0)$

$(-6,-12)$ Máximo

$(0,0)$ Mínimo

$$f''(x)=\left(\frac{x^2+6x}{(x+3)^2}\right)'=\frac{(2x+6)(x+3)^2-(x^2+6x)\cdot 2(x+3)}{(x+3)^4}=\frac{(2x+6)(x+3)-2(x^2+6x)}{(x+3)^3}$$

$$=\frac{\cancel{2x^2}+\cancel{6x}+\cancel{6x}+18-\cancel{2x^2}-\cancel{12x}}{(x+3)^3}=\frac{18}{(x+3)^3}$$

$x+3=0\rightarrow x=-3$

$-$	-3	$+$

$f(x)$ cóncava $(-\infty,-3)$

$f(x)$ convexa $(-3,+\infty)$

No tiene puntos inflexión

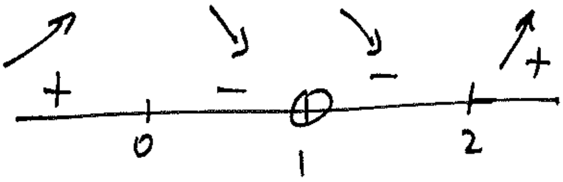
(-3 no está en el dominio)

4-b

$$f(x) = \frac{x^2-3x+3}{x-1} \rightarrow f'(x) = \frac{(2x-3)(x-1)-(x^2-3x+3)}{(x-1)^2} = \frac{2x^2-2x-3x+3-x^2+3x-3}{(x-1)^2}$$

$$f'(x) = \frac{x^2-2x}{(x-1)^2} \qquad x^2-2x=0 \rightarrow \begin{matrix} x=0 \\ x=2 \end{matrix}$$

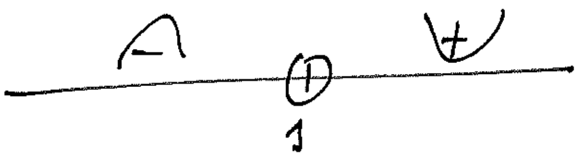
$$x-1=0 \rightarrow x=1$$



$\boxed{\begin{array}{l} f \text{ creciente } (-\infty,0) \cup (2,+\infty) \\ f \text{ decreciente } ((0,1) \cup (1,2)) \\ \text{Máximo } (0,-3) \\ \text{Mínimo } (2,1) \end{array}}$

$$f''(x) = \left(\frac{x^2-2x}{(x-1)^2}\right)' = \frac{(2x-2)(x-1)^2-(x^2-2x)\cdot 2(x-1)}{(x-1)^4} = \frac{(2x-2)(x-1)-2(x^2-2x)}{(x-1)^3} =$$

$$\frac{\cancel{2x^2}\cancel{-2x}\cancel{-2x}+2\cancel{-2x^2}\cancel{+4x}}{(x-1)^3} = \frac{2}{(x-1)^3}$$



$\boxed{\begin{array}{l} f(x) \text{ cóncava en } (-\infty,1) \\ f(x) \text{ convexa en } (1,+\infty) \\ \text{No tiene ptos inflexión} \\ (1 \text{ no está en el dominio}) \end{array}}$