 Viriecha - Antequera Departamento de Ciencias Curso 2022-2023	Matemáticas 1 1ºC		
	3ª Evaluación	Global	7 de junio de 2023
	NOMBRE:		

ACLARACIONES PREVIAS: No se evaluará nada escrito en esta hoja. Poner el nombre en cada una de las hojas. Numerar las hojas. El examen debe hacerse a bolígrafo negro o azul, no evaluándose nada escrito a lápiz. Se permite la calculadora. El orden de realización es indiferente, aunque todos los apartados del mismo ejercicio deben ir juntos. Tiempo: 90 minutos.

PUNTUACIÓN: La especificada

Calcula la función derivada de cada una de las siguientes funciones, simplificando cuando sea posible (1 punto cada una)

1. $f(x) = 2(\sqrt{x})$
2. $f(x) = e^{3x} \sec(x)$
3. $f(x) = x^2 e^{-x}$
4. $f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{x^2+3}}$
5. $f(x) = \arctan(\operatorname{sen} x)$

6. Dada la función: $f(x) = \frac{x^2+1}{x}$, calcula (3 puntos):

- a) Dominio, signo, simetrías, puntos de corte y asíntotas
- b) Monotonía, extremos, curvatura e inflexión
- c) Representación gráfica

7. Calcula monotonía, curvatura, extremos y puntos de inflexión de (2 puntos)

a) $f(x) = \frac{x^2}{x^2+3}$

RESOLUCIÓN GLOBAL 3 22-23

$$(1) \quad (2\sqrt{x})' = 2 \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}} = \boxed{\frac{1}{\sqrt{x}}}$$

$$(2) \quad (e^{3x} \sec x)' = (e^{3x})' \sec x + e^{3x} (\sec x)' = 3e^{3x} \sec x + e^{3x} \tan x \sec x$$

$$\overbrace{(e^{3x})' = 3e^{3x}} \quad \Bigg| \quad = \boxed{e^{3x} \sec x (3 + \tan x)}$$

$$\overbrace{(\sec x)' = (\cos^{-1} x)' = -\cos^{-2} x \cdot (-\sec x) =}$$

$$\frac{\sec x}{\cos^2 x} = \tan x \cdot \sec x$$

$$(3) \quad (x^2 e^{-x})' = (x^2)' e^{-x} + x^2 \cdot (e^{-x})' = 2x e^{-x} + x^2 \cdot e^{-x} \cdot (-1) =$$

$$\boxed{x e^{-x} (2 - x)}$$

$$(4) \quad \left(\frac{1}{\sqrt[3]{x^2+3}} \right)' = \left((x^2+3)^{-1/3} \right)' = -\frac{1}{3} (x^2+3)^{-4/3} \cdot 2x = -\frac{2}{3} x (x^2+3)^{-4/3} =$$

$$\boxed{\frac{-2x}{3 \sqrt[3]{(x^2+3)^4}}}$$

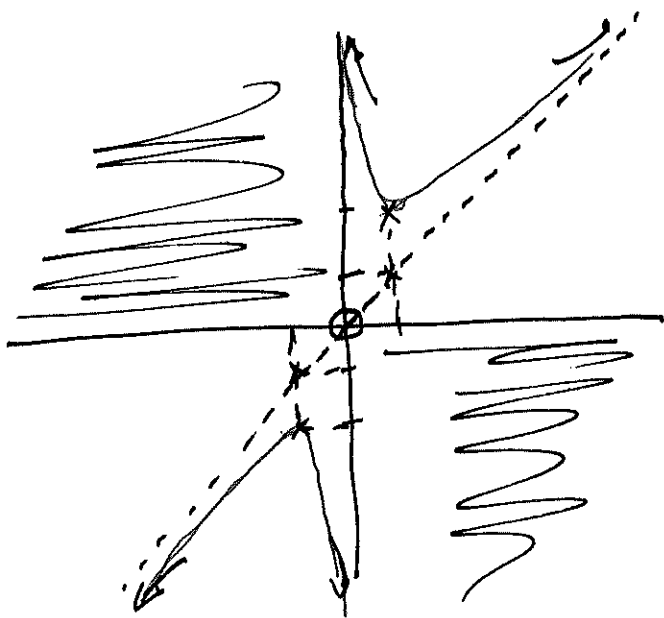
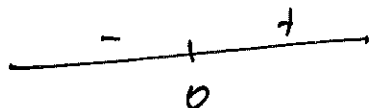
$$(5) \quad (\arctan(\sec x))' = \frac{1}{1 + \sec^2 x} \cdot (\sec x)' = \boxed{\frac{\cos x}{1 + \sec^2 x}}$$

6) $f(x) = \frac{x^2+1}{x}$

a)

• $\text{Dom}(f) = \mathbb{R} - \{0\} = (-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$

• Signo



• Simetrías: $f(-x) = \frac{(-x)^2+1}{-x} = \frac{x^2+1}{-x} = -f(x)$

Simetría IMPAR

• Corte OY: $f(0)$ no existe \Rightarrow No corte al eje OY

corte OX: $x^2+1=0 \Rightarrow$ No solución \Rightarrow No corte OX

• Asíntotas:

A.H: $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty \rightarrow$ No asíntota horizontal

A.V: $\boxed{x=0}$ $\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x^2+1}{x} = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x^2+1}{x} = +\infty \end{array} \right\}$

A. oblicua: $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2+1}{x^2} = 1$

$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) - mx = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2+1}{x} - x = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2+1-x^2}{x} = 0$

Ecuación asíntota oblicua: $\boxed{y=x}$

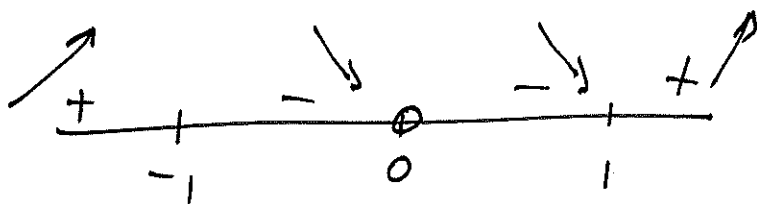
Aproximación asíntota:

	Asíntota	Función	
100	100	100,01	\rightarrow Por arriba
1000	1000		
-100	-100		
-1000	-1000	-100,01	\rightarrow Por abajo

$$b) f'(x) = \frac{2x \cdot x - (x^2 + 1) \cdot 1}{x^2} = \frac{2x^2 - x^2 - 1}{x^2} = \frac{x^2 - 1}{x^2}$$

$$x^2 - 1 = 0 \rightarrow x = \pm 1$$

$$x^2 = 0 \rightarrow x = 0 \text{ (doble)}$$



$f(x)$ creciente en $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$

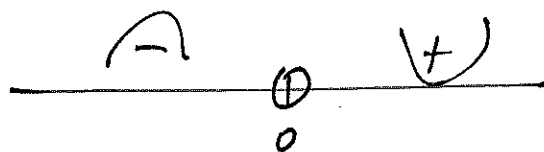
$f(x)$ decreciente en $(-1, 0) \cup (0, 1)$

Máximo relativo en $(-1, -2)$

Mínimo relativo en $(1, 2)$

$$f''(x) = \left(\frac{x^2 - 1}{x^2} \right)' = \frac{2x \cdot x^2 - (x^2 - 1)2x}{x^4} = \frac{2x^3 - 2x^3 + 2x}{x^4} = \frac{2}{x^3}$$

$$x^3 = 0 \rightarrow x = 0 \text{ (triple)}$$



$f(x)$ es cóncava en $(0, +\infty)$

$f(x)$ es cóncava en $(-\infty, 0)$

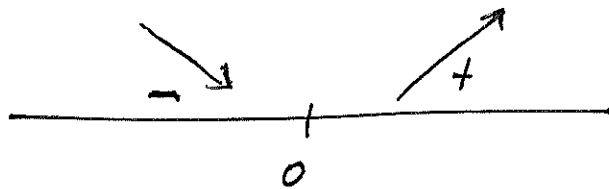
No tiene puntos de inflexión (E1 o no está en el dominio)

$$(7) \quad f(x) = \frac{x^2}{x^2+3}$$

$$f'(x) = \frac{2x(x^2+3) - x^2 \cdot 2x}{(x^2+3)^2} = \frac{2x^3+6x-2x^3}{(x^2+3)^2} = \frac{6x}{(x^2+3)^2}$$

$$6x=0 \rightarrow x=0$$

$$(x^2+3)^2=0 \rightarrow x^2+3=0 \rightarrow \text{No soluci3n}$$



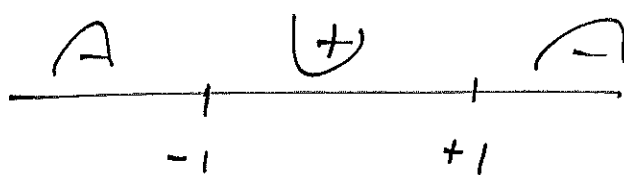
$f(x)$ decreciente en $(-\infty, 0)$ $f(x)$ creciente en $(0, +\infty)$	M3ximo en $(0, 0)$
--	--------------------

$$f''(x) = \left(\frac{6x}{(x^2+3)^2} \right)' = \frac{6(x^2+3)^2 - 6x \cdot 2(x^2+3) \cdot 2x}{(x^2+3)^4} = \frac{6(x^2+3) - 24x^2}{(x^2+3)^3}$$

$$= \frac{6x^2+18-24x^2}{(x^2+3)^3} = \frac{-18x^2+18}{(x^2+3)^3}$$

$$-18x^2+18=0 \Rightarrow x^2 = \pm 1$$

$$(x^2+3)^3=0 \rightarrow x^2+3=0 \rightarrow \text{No soluci3n}$$



$f(x)$ c3ncava en $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$

$f(x)$ convexa en $(-1, 1)$

Puntos de inflexi3n en $(-1, 1/4)$

$(1, 1/4)$