

 Departamento de Ciencias Curso 2022-2023	Matemáticas 1 1ºC		
	3ª Evaluación	Ordinaria	junio de 2023
	NOMBRE:		

ACLARACIONES PREVIAS: No se evaluará nada escrito en esta hoja. Poner el nombre en cada una de las hojas. Numerar las hojas. El examen debe hacerse a bolígrafo negro o azul, no evaluándose nada escrito a lápiz. Se permite la calculadora. El orden de realización es indiferente, aunque todos los apartados del mismo ejercicio deben ir juntos. Tiempo: 90 minutos.

Alumnos con la tercera suspenso: Ejercicios del 1 al 7

Alumnos con todo el curso suspenso: Ejercicios del 1 al 6 y ejercicio 9

Alumnos que suben nota: Ejercicios del 1 al 6 y ejercicio 8

PUNTUACIÓN: La especificada

Calcula la función derivada de cada una de las siguientes funciones, simplificando cuando sea posible (1 punto cada una)

1. $f(x) = 2 \cos^2 \sqrt{x}$
2. $f(x) = e^{3x} \operatorname{cosec}(x)$
3. $f(x) = x^3 e^{-2x}$
4. $f(x) = \ln \frac{1}{\sqrt[4]{x^3+3}}$
5. $f(x) = \arctan(\cos)$

6. Dada la función: $f(x) = \frac{x^2+3x}{x+1}$, calcula (3 puntos):

- a) Dominio, signo, simetrías, puntos de corte y asíntotas
- b) Monotonía, extremos, curvatura e inflexión
- c) Representación gráfica

7. Calcula monotonía, curvatura, extremos y puntos de inflexión de (2 puntos)

$$f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2}$$

8- Resuelve por el método de Gauss (2 puntos):

$$\left. \begin{array}{l} 3x + 2y - 2z = 4 \\ 4x + y - z = 7 \\ x + 4y - 4z = -2 \end{array} \right\}$$

9- Resuelve por el método de Gauss (2 puntos):

$$\left. \begin{array}{l} x - 3y + 4z = 21 \\ 3x + y - z = -18 \\ 2x - y + 3z = 12 \end{array} \right\}$$

RESOLUÇAO ORDINARIA 22-23

$$(1) (2 \cos^2 \sqrt{x})' = 2 (\cos^2 \sqrt{x})' = 2 \cdot 2 \cdot \cos \sqrt{x} \cdot (-\operatorname{sen} \sqrt{x}) \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}} =$$

$$\boxed{-\frac{2 \cos \sqrt{x} \operatorname{sen} \sqrt{x}}{\sqrt{x}}}$$

$$(2) (e^{3x} \operatorname{cosec} x)' = (e^{3x})' \operatorname{cosec} x + e^{3x} (\operatorname{cosec} x)' =$$

$$\frac{(e^{3x})' = 3e^{3x}}{(e^{3x})' = 3e^{3x}} \quad 3e^{3x} \operatorname{cosec} x + e^{3x} (-\cotan x \operatorname{cosec} x)$$

$$\frac{(\operatorname{cosec} x)' = (\operatorname{sen}^{-1} x)' = -\operatorname{sen}^{-2} x \cdot \cos x = -\frac{\cos x}{\operatorname{sen}^2 x} = -\cotan x \cdot \operatorname{cosec} x}{(\operatorname{cosec} x)' = -\frac{\cos x}{\operatorname{sen}^2 x} = -\cotan x \cdot \operatorname{cosec} x} \quad \boxed{e^{3x} \operatorname{cosec} x (3 - \cotan x)}$$

$$(3) (x^3 e^{-2x})' = (x^3)' e^{-2x} + x^3 (e^{-2x})' = 3x^2 e^{-2x} + x^3 (-2e^{-2x}) =$$

$$\frac{(x^3)' = 3x^2}{(e^{-2x})' = -2e^{-2x}} \quad \boxed{x^2 e^{-2x} (3 - 2x)}$$

$$(4) \left(\operatorname{Ln} \frac{1}{\sqrt[4]{x^3+3}} \right)' = \frac{\left(\frac{1}{\sqrt[4]{x^3+3}} \right)'}{\frac{1}{\sqrt[4]{x^3+3}}} = \frac{-\frac{1}{4} (x^3+3)^{-5/4} \cdot 3x^2}{(x^3+3)^{-1/4}} =$$

$$\left(\frac{1}{\sqrt[4]{x^3+3}} \right)' = \left[(x^3+3)^{-1/4} \right]' = -\frac{1}{4} (x^3+3)^{-5/4} \cdot 3x^2 = -\frac{3x^2}{4} (x^3+3)^{-4/4} =$$

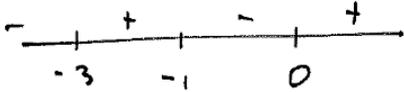
$$= \boxed{-\frac{3x^2}{4(x^3+3)}}$$

$$(5) (\arctan(\cos x))' = \frac{(\cos x)'}{1 + \cos^2 x} = \boxed{\frac{-\sec x}{1 + \cos^2 x}}$$

$$(6) f(x) = \frac{x^2 + 3x}{x+1}$$

a) Dom(f) = $(-\infty, -1) \cup (-1, +\infty)$

• Signo: $x^2 + 3x \geq 0 \rightarrow x(x+3) = 0 \rightarrow x=0, x=-3$
 $x+1 = 0 \rightarrow x = -1$



$f(x) > 0$ $(-3, -1) \cup (0, +\infty)$

$f(x) < 0$ $(-\infty, -3) \cup (-1, 0)$

• Simetrías: $f(-x) = \frac{x^2 - 3x}{-x+1} \rightarrow$ No simetría.

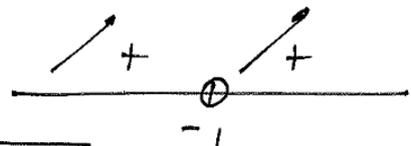
• Ptos corte \rightarrow OX: $f(x) = 0 \Rightarrow x = 0, -3 \rightarrow (0,0) \text{ y } (-3,0)$
 \rightarrow OY: $(0, f(0)) = (0,0)$ (* ASINTOTAS AL FINAL)

b) $f'(x) = \left(\frac{x^2 + 3x}{x+1} \right)' = \frac{(2x+3)(x+1) - (x^2+3x)}{(x+1)^2} = \frac{2x^2 + 2x + 3 - x^2 - 3x}{(x+1)^2} =$

$$\frac{x^2 + 2x + 3}{(x+1)^2}$$

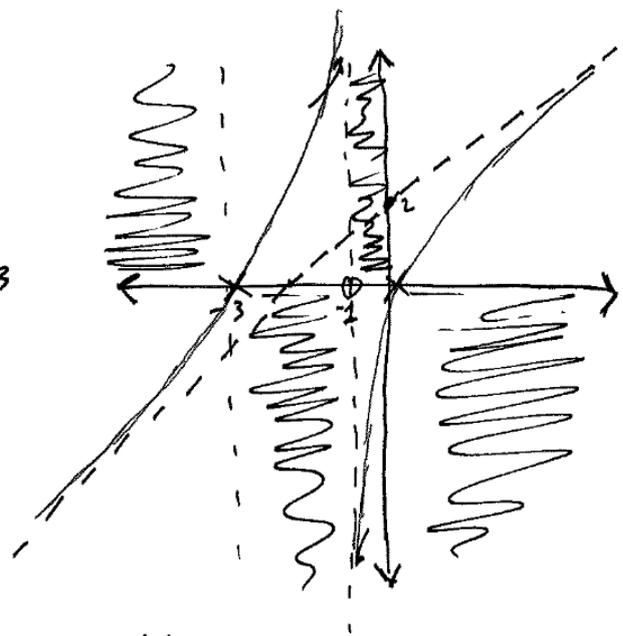
$x^2 + 2x + 3 = 0 \Rightarrow x = \frac{-2 \pm \sqrt{4-12}}{2} \rightarrow$ No solución

$(x+1)^2 = 0 \Rightarrow x+1 = 0 \Rightarrow x = -1$



$f(x)$ creciente en $(-\infty, -1) \cup (-1, +\infty)$

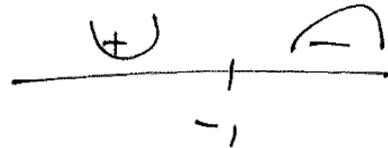
\rightarrow NO EXTREMOS.



$$c) f''(x) = \left(\frac{x^2 + 2x + 3}{(x+1)^2} \right)' = \frac{(2x+2)(x+1)^2 - (x^2+2x+3) \cdot 2(x+1)}{(x+1)^4} =$$

$$\frac{(2x+2)(x+1) - 2(x^2+2x+3)}{(x+1)^3} = \frac{2x^2+2x+2x+2-2x^2-4x-6}{(x+1)^3}$$

$$= \frac{-4}{(x+1)^3}$$



$$(x+1)^3 = 0 \rightarrow x = -1$$

$f(x)$ convexa $(-\infty, -1)$ $f(x)$ cóncava $(-1, +\infty)$
 No hay puntos de inflexión (-1 no está en el dominio).

(*) Asíntotas:

A.H $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty \rightarrow$ No hay A.H.

A.V $x+1=0 \Rightarrow x=-1$

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{x^2+3x}{x+1} = \left[\frac{-2}{-0} \right] = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{x^2+3x}{x+1} = \left[\frac{-2}{+0} \right] = -\infty$$

A.O $m = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2+3x}{x^2+x} = 1$

$$n = \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) - mx = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2+3x}{x+1} - x = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2+3x-x^2-x}{x+1} =$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x}{x+1} = 2$$

Ec. Asíntota: $y = x + 2$

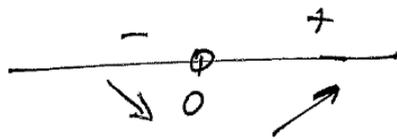
	$f(x)$	Asíntota
100	101'98	102 \rightarrow abajo
-100	-97'98	-98 \rightarrow arriba

(7)

$$f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2}$$

$$f'(x) = \frac{2x \cdot x^2 - (x^2 - 1) \cdot 2x}{x^4} = \frac{2x^3 - 2x^3 + 2x}{x^4} = \frac{2x}{x^4} = \frac{2}{x^3}$$

$$x^3 = 0 \rightarrow x = 0$$



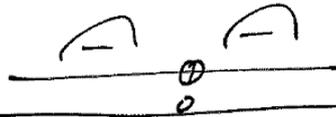
f creciente en $(0, +\infty)$

f decreciente en $(-\infty, 0)$

No hay extremos ($x=0$ no está en el dominio)

$$f''(x) = \left(\frac{2}{x^3}\right)' = (2x^{-3})' = -6x^{-4} = -\frac{6}{x^4}$$

$$x^4 = 0 \rightarrow x = 0$$



f cóncava en $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$

No hay puntos inflexión.

8) Cambiamos las filas de orden, y un grado:

$$\begin{pmatrix} 1 & 4 & -4 & -2 \\ 3 & 2 & -2 & 4 \\ 4 & 1 & -1 & 7 \end{pmatrix} \xrightarrow{\substack{3I-II \\ 4I-III}} \begin{pmatrix} 1 & 4 & -4 & -2 \\ 0 & 10 & -10 & -10 \\ 0 & 15 & -15 & -15 \end{pmatrix} \xrightarrow{\substack{\frac{II}{10} \\ \frac{III}{15}}} \begin{pmatrix} 1 & 4 & -4 & -2 \\ 0 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

$$II-III \begin{pmatrix} 1 & 4 & -4 & -2 \\ 0 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{SISTEMA COMPATIBLE INDETERMINADO}$$

$$\left. \begin{aligned} x + 4y - 4z &= -2 \\ y - z &= -1 \end{aligned} \right\}$$

Elegimos como parámetro $z = \lambda \Rightarrow y - \lambda = -1 \Rightarrow y = -1 + \lambda$

$$\Rightarrow x + 4(-1 + \lambda) - 4\lambda = -2 \Rightarrow x - 4 + 4\lambda - 4\lambda = -2$$

$$x = -2 + 4 = 2$$

Solución: $\boxed{\begin{matrix} x=2 \\ y=-1+\lambda \\ z=\lambda \end{matrix}}$ Una posible solución: $x=0 \Rightarrow$

$$\boxed{(2, -1, 0)}$$

9)

$$\begin{pmatrix} 1 & -3 & 4 & 21 \\ 3 & 1 & -1 & -15 \\ 2 & -1 & 3 & 12 \end{pmatrix} \xrightarrow{\substack{3I-II \\ 2I-III}} \begin{pmatrix} 1 & -3 & 4 & 21 \\ 0 & -10 & 13 & 81 \\ 0 & -5 & 5 & 30 \end{pmatrix} \xrightarrow{II-2III} \begin{pmatrix} 1 & -3 & 4 & 21 \\ 0 & -10 & 13 & 81 \\ 0 & 0 & 3 & 21 \end{pmatrix}$$

COMPATIBLE DETERMINADO:

$$\left. \begin{aligned} x - 3y + 4z &= 21 \\ -10y + 13z &= 81 \\ 3z &= 21 \end{aligned} \right\} \quad \begin{aligned} z=7 &\Rightarrow -10y + 91 = 81 \\ -10y &= -10 \\ y &= 1 \end{aligned}$$

$$x - 3 + 28 = 21 \Rightarrow x = -4$$

Solución: $\boxed{(-4, 1, 7)}$