

 Virlecha Antequera Curso 2023-2024	GRUPO 1º C	
	SA 2 (Álgebra)	15-11-2023
	NOMBRE	
<p>ACLARACIONES PREVIAS: ACLARACIONES PREVIAS: No se evaluará nada escrito en esta hoja. Poner el nombre en cada una de las hojas. Numerar las hojas. El examen debe hacerse a bolígrafo negro o azul, no evaluándose nada escrito a lápiz. Se permite la calculadora. El orden de realización es indiferente aunque todos los apartados del mismo ejercicio deben ir juntos. Tiempo: 55 minutos.</p> <p>PUNTUACIÓN: Todos los problemas valen un punto excepto 5, 6 y 7, que valen 2 CE 1.2 y 3.1</p>		

Resuelve:

1—

Simplifica :

$$\left(1 + \frac{1}{x-1}\right) : \frac{x^2 - 3x}{x+1}$$

2—

Resuelve:

$$\frac{3}{x-2} - \frac{1-x}{x^2 - 4x + 4} = \frac{x^2 - 4}{(x-2)^2}$$

3—

Resuelve:

$$\frac{x^2 - 1}{x^2 + x + 1} \geq 0$$

4—

Resuelve:

$$\left. \begin{aligned} 2 \ln x + \ln y &= 2 \\ \ln x - \ln y &= -2 \end{aligned} \right\}$$

5—

Resuelve:

$$\left. \begin{aligned} x^2 + y^2 &= 5 \\ x + y &= 1 \end{aligned} \right\}$$

6—

Resuelve:

$$\left. \begin{aligned} 2x - 3y + z &= 10 \\ x + y - 2z &= -5 \\ 5x - 2y - 2z &= 6 \end{aligned} \right\}$$

7—

$$\left. \begin{aligned} x - 3y + 5z &= 2 \\ x + 2y + z &= 1 \\ x - 13y + 13z &= 4 \end{aligned} \right\}$$

 Virlecha Antequera Curso 2023-2024	GRUPO 1º B	
	SA 2 (N Reales)	20-11-2023
	NOMBRE	
<p>ACLARACIONES PREVIAS: ACLARACIONES PREVIAS: No se evaluará nada escrito en esta hoja. Poner el nombre en cada una de las hojas. Numerar las hojas. El examen debe hacerse a bolígrafo negro o azul, no evaluándose nada escrito a lápiz. Se permite la calculadora. El orden de realización es indiferente aunque todos los apartados del mismo ejercicio deben ir juntos. Tiempo: 55 minutos.</p> <p>PUNTUACIÓN: Todos los problemas valen un punto excepto 5, 6 y 7, que valen 2 CE 1.2 y 3.1</p>		

Resuelve:

1—

Simplifica :

$$\left(\frac{2}{x^2 - 9} + \frac{x + 1}{x + 3} \right) \cdot \frac{x - 3}{x + 4}$$

2—

Resuelve:

$$\frac{3}{x - 2} - \frac{1 - x}{x^2 - 4x + 4} = \frac{x^2 - 4}{(x - 2)^2}$$

3—

Resuelve:

$$\frac{x^2 + x + 1}{x^2 - 4} < 0$$

4—

Resuelve:

$$\left. \begin{aligned} 5^{x+1} - 5^{y-1} &= 20 \\ 5^{2x} + 5^{y+2} &= 650 \end{aligned} \right\}$$

5—

Resuelve:

$$\left. \begin{aligned} 8x - y^2 &= 0 \\ 2x - y &= 8 \end{aligned} \right\}$$

6—

Resuelve:

$$\left. \begin{aligned} 2y + z &= 5 \\ x + y - z &= 2 \\ -x - 3y + z &= 2 \end{aligned} \right\}$$

7—

$$\left. \begin{aligned} x - 3y + 5z &= 2 \\ x + 2y + z &= 1 \\ x - 13y + 13z &= 4 \end{aligned} \right\}$$

RESOLUCIÓN 1.º C

① $\left(1 + \frac{1}{x-1}\right) : \frac{x^2-3x}{x+1} \rightarrow \left(\frac{x-1+1}{x-1}\right) : \frac{x^2-3x}{x+1} \rightarrow$

$\frac{x}{x-1} : \frac{x^2-3x}{x+1} \rightarrow \frac{x(x+1)}{(x-1)(x^2-3x)} = \frac{x(x+1)}{(x-1)x(x-3)} =$

$$\frac{x+1}{(x-1)(x-3)}$$

② $\frac{3}{x-2} - \frac{1-x}{x^2-4x+4} = \frac{x^2-4}{(x-2)^2} \Rightarrow$ Multiplicamos por $(x-2)^2$

$$\begin{array}{l} x-2 \\ x^2-4x+4 = (x-2)^2 \\ (x-2)^2 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} x-2 \\ x^2-4x+4 = (x-2)^2 \\ (x-2)^2 \end{array}} \right\} \text{mcm} = (x-2)^2$$

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{16-12}}{2} = \frac{4 \pm 2}{2}$$

$$3(x-2) - (1-x) = x^2 - 4$$

$$3x - 6 - 1 + x = x^2 - 4$$

$$x^2 - 4x + 3 = 0$$

$$\begin{array}{l} x_1 = 3 \\ x_2 = 1 \end{array}$$

→ Válida (No anula denomin.)
→ Válida (No anula denomin.)

③ $\frac{x^2-1}{x^2+x+1} \geq 0$

$x^2-1=0 \rightarrow x=\pm 1$

$x^2+x+1=0 \rightarrow$ No solución



Solución $(-\infty, -1] \cup [1, +\infty)$

(4)
$$\begin{cases} 2 \ln x + \ln y = 2 \\ \ln x - \ln y = -2 \end{cases}$$
 Sumamos ambas ecuaciones (reducción)

$$3 \ln x = 0 \Rightarrow \ln x = 0 \Rightarrow$$

$$\ln x = 0 \cdot \ln e$$

$$\ln x = \ln e^0 \Rightarrow x = e^0$$

$$\underline{\underline{x = 1}}$$

Sustituimos:

$$0 - \ln y = -2$$

$$\ln y = 2 \rightarrow \ln y = 2 \cdot \ln e$$

$$\ln y = \ln e^2 \Rightarrow y = e^2$$

Solución

$$\boxed{\begin{matrix} x = 1 \\ y = e^2 \end{matrix}}$$

→ Válida porque no hace ln de 0 ni de un número negativo.

(5)

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 5 \\ x + y = 1 \end{cases}$$

$$\rightarrow x = 1 - y$$

$$(1-y)^2 + y^2 = 5$$

$$1 + y^2 - 2y + y^2 = 5$$

$$2y^2 - 2y - 4 = 0 \rightarrow y^2 - y - 2 = 0$$

$$y = \frac{1 \pm \sqrt{1+8}}{2} = \frac{1 \pm 3}{2}$$

$$\begin{array}{|l} \hline y_1 = 2 \rightarrow x_1 = -1 \\ \hline y_2 = -1 \rightarrow x_2 = 2 \\ \hline \end{array}$$

$$\boxed{\text{Soluciones: } (-1, 2) \text{ y } (2, -1)}$$

$$(6) \quad \begin{cases} 2x - 3y + z = 10 \\ x + y - 2z = -5 \\ 5x - 2y - 2z = 6 \end{cases} \quad \begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 & -5 \\ 2 & -3 & 1 & 10 \\ 5 & -2 & -2 & 6 \end{pmatrix} \begin{array}{l} 2I-II \\ 5I-III \end{array} \begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 & -5 \\ 0 & 5 & -5 & -20 \\ 0 & 7 & -8 & -31 \end{pmatrix}$$

$$II/5 \quad \begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 & -5 \\ 0 & 1 & -1 & -4 \\ 0 & 7 & -8 & -31 \end{pmatrix} \quad 7II-III \quad \begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 & -5 \\ 0 & 1 & -1 & -4 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} x + y - 2z = -5 \\ -z = -4 \\ z = 3 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} y - 3 &= -4 \Rightarrow y = -1 \\ x - 1 - 6 &= -5 \Rightarrow x = 2 \end{aligned}$$

Solution (2, -1, 3)

$$(7) \quad \begin{cases} x - 3y + 5z = 2 \\ x + 2y + z = 1 \\ x - 13y + 13z = 4 \end{cases} \quad \begin{pmatrix} 1 & -3 & 5 & 2 \\ 1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & -13 & 13 & 4 \end{pmatrix} \begin{array}{l} I-II \\ I-III \end{array} \begin{pmatrix} 1 & -3 & 5 & 2 \\ 0 & -5 & 4 & 1 \\ 0 & 10 & -8 & -2 \end{pmatrix}$$

$$2II+III \quad \begin{pmatrix} 1 & -3 & 5 & 2 \\ 0 & -5 & 4 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

S.C.I.

$$\begin{cases} x - 3y + 5z = 2 \\ -5y + 4z = 1 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} x &= -\frac{13}{5}\lambda + \frac{7}{5} \\ y &= \frac{4}{5}\lambda - \frac{1}{5} \\ z &= \lambda \end{aligned}$$

$$z = \lambda$$

$$-5y + 4\lambda = 1$$

$$-5y = -4\lambda + 1$$

$$y = \frac{4}{5}\lambda - \frac{1}{5}$$

$$x - 3\left(\frac{4}{5}\lambda - \frac{1}{5}\right) + 5\lambda = 2$$

$$x - \frac{12}{5}\lambda + \frac{3}{5} + 5\lambda = 2$$

$$x = \frac{12}{5}\lambda - 5\lambda - \frac{3}{5} + 2 = -\frac{13}{5}\lambda + \frac{7}{5}$$

RESOLUCIÓN 1.º B

①

$$\left(\frac{2}{x^2-9} + \frac{x+1}{x+3} \right) \cdot \frac{x-3}{x+4}$$

$$x^2-2x-1=0 \rightarrow x = \frac{2 \pm \sqrt{4+4}}{2} = \frac{2 \pm \sqrt{8}}{2}$$

$$\left(\frac{2}{x^2-9} + \frac{(x+1)(x-3)}{(x+3)(x-3)} \right) \cdot \frac{x-3}{x+4}$$

$$\left\{ \begin{aligned} x^2-2x-1 &= \left(x + \frac{2+\sqrt{8}}{2}\right) \left(x - \frac{2-\sqrt{8}}{2}\right) \\ \text{! No se simplifica!} \end{aligned} \right.$$

$$\left(\frac{2 + x^2 - 3x + x - 3}{x^2-9} \right) \cdot \frac{x-3}{x+4} \rightarrow \frac{x^2-2x-1}{x^2-9} \cdot \frac{x-3}{x+4}$$

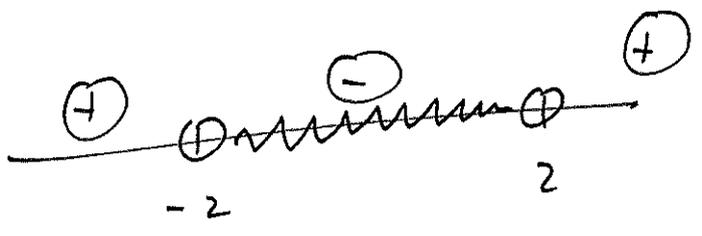
$$\frac{x^2-2x-1}{(x-3)(x+3)} \cdot \frac{x-3}{x+4} = \boxed{\frac{x^2-2x-1}{(x+3)(x+4)}}$$

②

(Mirar ejercicio 2 resolución 1.º C)

③

$$\frac{x^2+x+1}{x^2-4} < 0$$



$$\begin{aligned} x^2+x+1=0 &\rightarrow \text{No solución} \\ x^2-4=0 &\rightarrow x = \pm 2 \end{aligned}$$

$$\boxed{\text{Solución: } (-2, 2)}$$

④

$$\left. \begin{aligned} 5^{x+1} - 5^{y-1} &= 20 \\ 5^{2x} + 5^{y+2} &= 650 \end{aligned} \right\} \rightarrow \left. \begin{aligned} 5^x \cdot 5 - \frac{5^y}{5} &= 20 \\ 5^{2x} + 5^y \cdot 5^2 &= 650 \end{aligned} \right\}$$

Cambio de variable: $5^x = t$ $5^y = u$

Así, el sistema queda:

$$\begin{cases} 5t - \frac{u}{5} = 20 \\ t^2 + 25u = 650 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 25t - u = 100 \\ u = 25t - 100 \end{cases} \Rightarrow$$

Sustituimos y nos queda:

$$t^2 + 25(25t - 100) = 650$$

$$\Rightarrow t^2 + 625t - 3150 = 0$$

$$t = \frac{-625 \pm \sqrt{403225}}{2} = \frac{-625 \pm 635}{2}$$

$$t_1 = \frac{10}{2} = 5 \rightarrow u_1 = 25$$

$$t_2 = -630 \rightarrow u_2 = -15850$$

Desheamos cambios:

$$\begin{array}{l} t_1 = 5 \rightarrow 5^x = 5 \rightarrow x = 1 \\ u_1 = 25 \rightarrow 5^y = 25 \rightarrow y = 2 \end{array} \rightarrow \boxed{\begin{array}{l} x = 1 \\ y = 2 \end{array}} \rightarrow \text{Solución!}$$

$$t_2 = -630 \rightarrow 5^x = -630 \rightarrow \text{No es posible}$$



5

$$\begin{cases} 8x - y^2 = 0 \\ 2x - y = 8 \end{cases} \rightarrow y = 2x - 8 \rightarrow \begin{cases} 8x - (2x - 8)^2 = 0 \\ 8x - (4x^2 + 64 - 32x) = 0 \end{cases}$$

$$\text{Divido por } (-4): \quad -4x^2 + 40x - 64 = 0$$

$$x^2 - 10x + 16 = 0 \rightarrow x = \frac{10 \pm \sqrt{100 - 64}}{2} = \frac{10 \pm 6}{2}$$

$$x_1 = 8 \rightarrow y_1 = 2 \cdot 8 - 8 = 8$$

$$x_2 = 2 \rightarrow y_2 = 2 \cdot 2 - 8 = -4$$

Soluciones: $(8, 8)$ y $(2, -4)$

6

$$\begin{cases} 2y + z = 5 \\ x + y - z = 2 \\ -x - 3y + z = 2 \end{cases} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 2 \\ -1 & -3 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 1 & 5 \end{pmatrix} \xrightarrow{I+II} \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 2 \\ 0 & -2 & 0 & 4 \\ 0 & 2 & 1 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 2 \\ 0 & -2 & 0 & 4 \\ 0 & 2 & 1 & 5 \end{pmatrix} \rightarrow \text{Este es ya un sistema escalonado:}$$

Solución:
 $(13, -2, 9)$

$$\begin{cases} x + y - z = 2 \\ -2y = 4 \\ 2y + z = 5 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} y = -2 \\ 2 \cdot (-2) + z = 5 \Rightarrow z = 9 \end{cases}$$

$$x + (-2) - 9 = 2 \Rightarrow x = 13$$

7

hacer problema 7 de 1.º C