La Salle Virlecha Antequera Departamento de Ciencias Curso 2023-2024	**Matemáticas 1** *(1º B-C)*		
	1ª Evaluación	Global	30 de noviembre de 2023
	NOMBRE:		

ACLARACIONES PREVIAS: No se evaluará nada escrito en esta hoja. Poner el nombre en cada una de las hojas. Numerar las hojas. El examen debe hacerse a bolígrafo negro o azul, no evaluándose nada escrito a lápiz. Se permite la calculadora. El orden de realización es indiferente aunque todos los apartados del mismo ejercicio deben ir juntos. Tiempo: 55 minutos.

PUNTUACIÓN:. Los ejercicios valen 1 punto. CE: 1.2 , 2.1, 2.2, 3.1

1--
Resuelve:

$$\sqrt{2x+6}-\sqrt{x-1}=2$$

2—
Resuelve:

$$\frac{x+1}{2x-1}+\frac{x}{2x+1}=\frac{7}{4x^2-1}$$

3—Resuelve el sistema:

$$\left.\begin{array}{c}\log(x+y)-\log(x-y)=\log 2\\ 5^x=25\cdot 5^y\end{array}\right\}$$

4—Resuelve:

$$\frac{2x^2-6}{x^2+x+1}\geq 0$$

5—Resuelve por el método de Gauss:

$$\left.\begin{array}{l}x+y+z=3\\ 2x+y-z=4\\ 5x+2y-4z=9\end{array}\right\}$$

6--Resuelve por el método de Gauss:

$$\left.\begin{array}{l}x+2y-2z=2\\ 3x-3y+z=-14\\ 5x-y-2z=-15\end{array}\right\}$$

7-- Sabiendo que $\log_3 A = 2{,}3$ y que $\log_3 B = -1{,}05$, calcula $\log_3 \sqrt[6]{\frac{A^2}{81B^4}}$

8—Un examen consta de 20 preguntas. Cada respuesta correcta se valora con 3 puntos, y por cada cuestión incorrecta se restan 2. Si contestamos todas las preguntas y obtenemos 30 puntos. ¿Cuántas se contestaron bien?

9— La superficie de un triángulo equilátero es de 50 m^2 . Calcula su lado

10—Una finca rectangular tiene una superficie de 759 m^2 y se necesitan 112 m. de cerca para vallarla. Calcula las dimensiones de la finca.

RESOLUCIÓN GLOBAL I

1)

$$\sqrt{2x+6}-\sqrt{x-1}=2 \Rightarrow \sqrt{2x+6}=2+\sqrt{x-1} \Rightarrow 2x+6=4+x-1+4\sqrt{x-1}$$

$$\Rightarrow x+3=4\sqrt{x-1} \Rightarrow (x+3)^2=(4\sqrt{x-1})^2 \Rightarrow x^2+9+6x=16(x-1)$$

Así nos queda: $x^2+9+6x-16x+16=0 \Rightarrow x^2-10x+25=0$

$$x=\frac{10\pm\sqrt{100-100}}{2} \Rightarrow \boxed{x=5}$$ Válida al comprobarla.

$$\sqrt{2\cdot5+6}-\sqrt{5-1}=4-2=2$$

---

2)

$$\frac{x+1}{2x-1}+\frac{x}{2x+1}=\frac{7}{4x^2-1} \Rightarrow$$

Multiplicamos ambos miembros por el mcm y desaparecen los denominadores:

$2x-1$
$2x+1$
$4x^2-1=(2x+1)(2x-1)$ $\Big\}$ $mcm=(2x+1)(2x-1)$

$$(x+1)(2x+1)+x(2x-1)=7$$

$$2x^2+x+2x+1+2x^2-x=7 \Rightarrow 4x^2+2x-6=0 \Rightarrow 2x^2+x-3=0$$

Resolvemos: $x=\dfrac{-1\pm\sqrt{1+24}}{4}=\dfrac{-1\pm5}{4}$ $\boxed{x_1=\frac{-6}{4}=\frac{-3}{2} \quad x_2=1}$

Ambas soluciones son válidas, ya que no anulan el denominador.

---

3)

$$\left.\begin{array}{l}\log(x+y)-\log(x-y)=\log 2\\ 5^x=25\cdot5^y\end{array}\right\} \Rightarrow \log\left(\frac{x+y}{x-y}\right)=\log 2 \Rightarrow \frac{x+y}{x-y}=2$$

$$5^x=5^2\cdot5^y \Rightarrow 5^x=5^{2+y} \Rightarrow x=2+y$$

Así nos queda el sistema: $\left.\begin{array}{l}\frac{x+y}{x-y}=2\\ x=2+y\end{array}\right\}$

Resolvemos sustituyendo $x = 2+y$ en la ecuación de arriba:

$$\frac{(2+y)+y}{(2+y)-y} = 2 \Rightarrow \frac{2+2y}{2} = 2 \Rightarrow 2+2y = 4$$

$$\Rightarrow 2y = 2 \Rightarrow y = 1 \Rightarrow x = 2+1 = 3$$

solución: $\boxed{\begin{matrix} x = 3 \\ y = 1 \end{matrix}}$ Válida porque no hace cero ni negativo el argumento de ningún logaritmo.

---

(4) $\dfrac{2x^2-6}{x^2+x+1} \geq 0$

$2x^2-6=0 \Rightarrow x^2 = 3 \Rightarrow x = \pm\sqrt{3}$

$x^2+x+1=0 \Rightarrow$ No solución

$$\begin{array}{ccccc} + & & - & & + \\ & -\sqrt{3} & & \sqrt{3} & \end{array}$$

$\boxed{\text{Solución: } (-\infty, -\sqrt{3}] \cup [\sqrt{3}, +\infty)}$

---

(5) $\left.\begin{array}{l} x+y+z=3 \\ 2x+y-z=4 \\ 5x+2y-4z=9 \end{array}\right\}$ $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & -1 & 4 \\ 5 & 2 & -4 & 9 \end{pmatrix}$ $\begin{array}{c} \\ 2\mathrm{I}-\mathrm{II} \\ 5\mathrm{I}-\mathrm{III} \end{array}\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 3 & 2 \\ 0 & 3 & 9 & 6 \end{pmatrix}$

$\begin{array}{c} \\ \\ 3\mathrm{II}-\mathrm{III} \end{array}\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

Sistema compatible indeterminado:

$\left.\begin{array}{r} x+y+z=3 \\ y+3z=2 \end{array}\right\}$ $z = \lambda$

$y+3\lambda = 2 \Rightarrow$

$y = 2-3\lambda$

$x + 2 - 3\lambda + \lambda = 3$

$x = 1+2\lambda$

Solución: $\boxed{\begin{matrix} x = 1+2\lambda \\ y = 2-3\lambda \\ z = \lambda \end{matrix}}$ $\boxed{\begin{matrix} \text{Si } \lambda = 0 \\ \downarrow \\ (1,2,0) \end{matrix}}$

---

(6)

$$\left.\begin{array}{l} x+2y-2z=2 \\ 3x-3y+z=-14 \\ 5x-y-2z=-15 \end{array}\right\} \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 & 2 \\ 3 & -3 & 1 & -14 \\ 5 & -1 & -2 & -15 \end{pmatrix} \begin{array}{c} \\ 3I-II \\ 5I-III \end{array} \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 & 2 \\ 0 & 9 & -7 & 20 \\ 0 & 11 & -8 & 25 \end{pmatrix}$$

$$\begin{array}{cccc} 0 & +9 & -7 & 20 \\ 0 & 11 & -8 & 25 \end{array} \begin{array}{c} \xrightarrow{\times 11} \\ \xrightarrow{\times 9} \end{array} \begin{array}{cccc} 0 & 99 & -77 & 220 \\ 0 & 99 & -72 & 225 \\ \hline 0 & 0 & -5 & -5 \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \\ \\ 11II-9III \end{array} \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 & 2 \\ 0 & 9 & -7 & 20 \\ 0 & 0 & -5 & -5 \end{pmatrix}$$

Ya tengo el sistema escalonado: $\left.\begin{array}{r} x+2y-2z=2 \\ 9y-7z=20 \\ -5z=-5 \end{array}\right\}$

Así tenemos: $z=1 \Rightarrow$

$$9y-7=20 \Rightarrow 9y=27 \rightarrow y=3$$

$$x+2\cdot 3-2\cdot 1=2 \Rightarrow x=2-6+2=-2$$

Solución: $\boxed{\begin{array}{l} x=-2 \\ y=3 \\ z=1 \end{array} \rightarrow (-2,3,1)}$

(7)

$$\left.\begin{array}{l} \log_3 A = 2'3 \\ \log_3 B = -1'05 \end{array}\right\} \quad \log_3 \sqrt[6]{\frac{A^2}{81B^4}} = \frac{1}{6}\log_3\left(\frac{A^2}{81B^4}\right) =$$

$(81=3^4)$

$$\frac{1}{6}\left[\log_3 A^2 - \log_3 81B^4\right] = \frac{1}{6}\left[\log_3 A^2 - (\log_3 81 + \log_3 B^4)\right]$$

$$= \frac{1}{6}\left[2\log_3 A - \log_3 3^4 - \log_3 B^4\right] = \frac{1}{6}\left[2\cdot\log_3 A - 4\log_3 3 - 4\log_3 B\right]$$

$$= \frac{1}{6}\left[2\cdot 2'3 - 4 - 4\cdot(-1'05)\right] = \boxed{0'8}$$

8

$x \rightarrow$ Preguntas correctas
$y \rightarrow$ Preguntas falladas

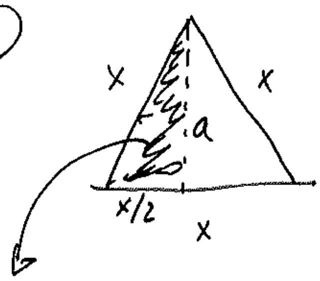
$$\left.\begin{array}{l} x + y = 20 \\ 3x - 2y = 30 \end{array}\right\} \rightarrow y = 20 - x$$

Así tenemos:
$$3x - 2(20 - x) = 30$$
$$3x - 40 + 2x = 30 \Rightarrow 5x = 70$$
$$x = 14$$
$$y = 20 - 14 = 6$$

Solución: $\boxed{\begin{array}{l} \text{Acertadas: } 14 \\ \text{Falladas: } 6 \end{array}}$

Comprobamos
$$14 + 6 = 20 \checkmark$$
$$\left.\begin{array}{l} 14 \times 3 = 42 \text{ puntos positivos} \\ 6 \times 2 = 12 \text{ puntos negativos} \end{array}\right\} 14 - 12 = 30 \checkmark$$

9



$$\frac{x \cdot a}{2} = 50 \quad (*)$$

Triángulo rectángulo:
$$x^2 = \left(\frac{x}{2}\right)^2 + a^2 \Rightarrow a^2 = x^2 - \frac{x^2}{4} = \frac{3x^2}{4} \Rightarrow a = \sqrt{\frac{3x^2}{4}} = \frac{\sqrt{3}\sqrt{x^2}}{\sqrt{4}} = \sqrt{3}\,\frac{x}{2}$$

Si sustituimos arriba, en la ecuación $(*)$:

$$\frac{x \cdot \frac{\sqrt{3}x}{2}}{2} = 50 \Rightarrow \frac{x^2 \cdot \sqrt{3}}{4} = 50 \Rightarrow x^2\sqrt{3} = 200$$
$$x^2 = \frac{200}{\sqrt{3}} \Rightarrow$$
$$\boxed{x = \sqrt{\frac{200}{\sqrt{3}}} = 10'75 \text{ m}}$$

10

$$\left.\begin{array}{l} xy = 759 \\ 2x + 2y = 112 \end{array}\right\} \quad \left.\begin{array}{l} xy = 759 \\ x + y = 56 \end{array}\right\} \rightarrow y = 56 - x$$

$$x(56 - x) = 759 \Rightarrow 56x - x^2 = 759 \Rightarrow x^2 - 56x + 759 = 0 \rightarrow x = \frac{56 \pm 10}{2}$$

$$\boxed{\begin{array}{l} x_1 = 33 \longrightarrow y_1 = 23 \\ x_2 = 23 \longrightarrow y_2 = 33 \end{array}}$$

Realmente es el mismo rectángulo puesto "de pie" o "tumbado".