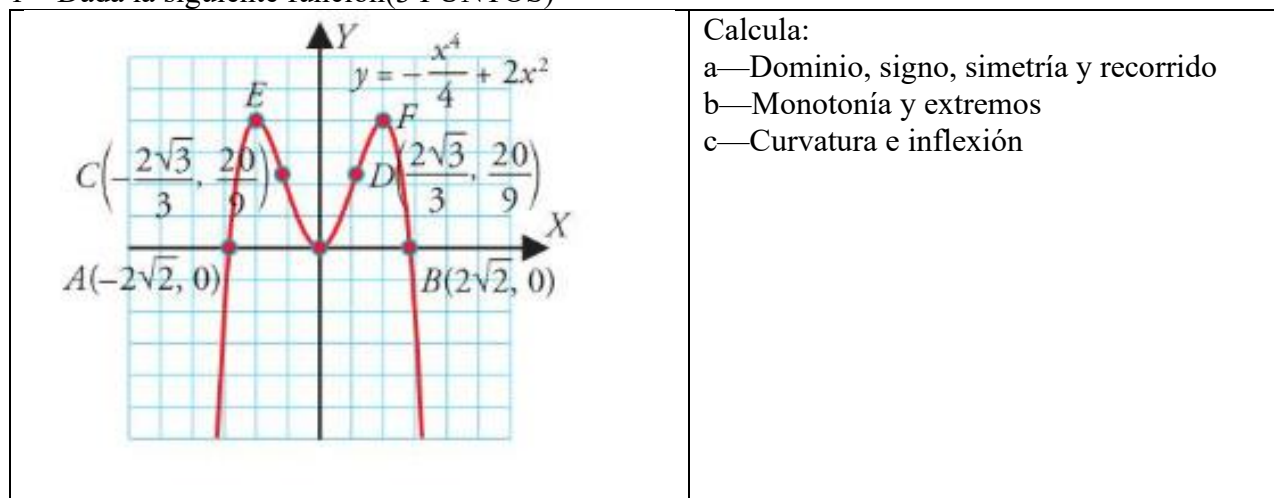


 Virlecha Antequera Curso 2023-2024	GRUPO 1ºB C	
	Tema 3 (Clasificación de funciones)	7/2/24
	NOMBRE	

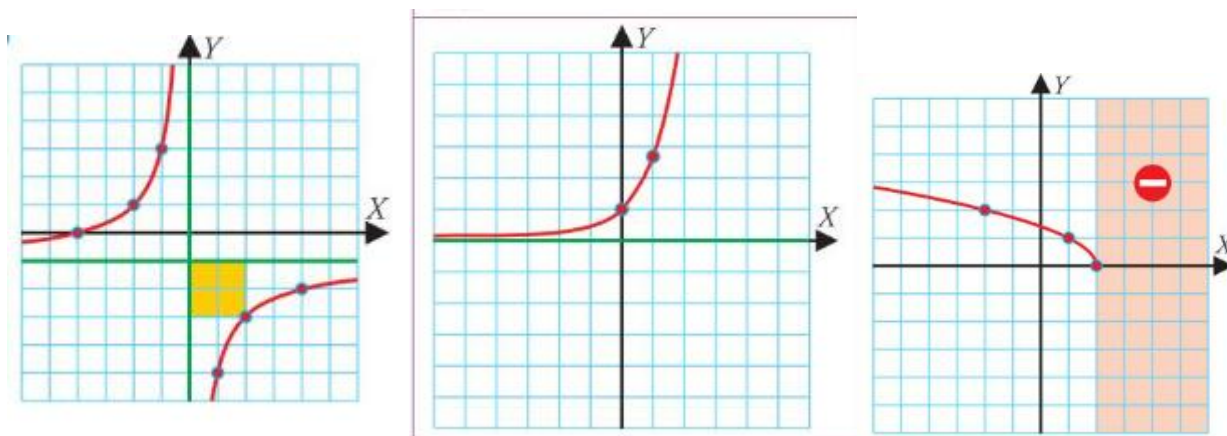
ACLARACIONES PREVIAS: ACLARACIONES PREVIAS: No se evaluará nada escrito en esta hoja. Poner el nombre en cada una de las hojas. Numerar las hojas. El examen debe hacerse a bolígrafo negro o azul, no evaluándose nada escrito a lápiz. Se permite la calculadora. El orden de realización es indiferente aunque todos los apartados del mismo ejercicio deben ir juntos. Tiempo: 55 minutos. **NUMERAR CADA CARILLA**

PUNTUACIÓN: La especificada

1—Dada la siguiente función(3 PUNTOS)



2—Obtén la expresión analítica de las funciones(1 PUNTO)



3—Dadas las funciones: $f(x) = \frac{x+1}{3x-3}$ $g(x) = 2x+5$ $h(x) = x^2 + 1$
Calcula: (2 PUNTOS) a) $f \circ g$ b) $f^{-1} \circ h$ c) $h \circ g$ d) $h^{-1} \circ f$ ($x \geq 0$)

4—Representa gráficamente la función: (2 PUNTOS)

$$f(x) = -1 + \sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$$

5—Representa gráficamente la función $f(x) = \sin 5x$ y estudia sus intervalos de monotonía y curvatura(2 PUNTOS)

RESOLUCIÓN TEMA 3.

①

a) - Dom(f) = $\mathbb{R}$ (Es polinómica).

- Signo: $f(x) > 0 \quad (-2\sqrt{2}, 0) \cup (0, 2\sqrt{2})$
 $f(x) < 0 \quad (-\infty, -2\sqrt{2}) \cup (2\sqrt{2}, +\infty)$

- Simetría par ($f(x) = f(-x)$)

- Rec(f) = $(-\infty, 4]$

b) Creciente en $(-\infty, -2) \cup (0, 2)$

Decreciente en $(-2, 0) \cup (2, +\infty)$

Máximo relativo en $(-2, 4)$ y $(2, 4)$. Mínimo rel: $(0, 0)$

c) Cóncava en $(-\infty, -\frac{2\sqrt{3}}{3}) \cup (\frac{2\sqrt{3}}{3}, +\infty)$

Convexa en $(-\frac{2\sqrt{3}}{3}, \frac{2\sqrt{3}}{3})$

Puntos de inflexión en $(-\frac{2\sqrt{3}}{3}, \frac{20}{9})$ y $(\frac{2\sqrt{3}}{3}, \frac{20}{9})$

②

a) Se trata de una hipérbola:

$k = -4$. Desplazada una posición hacia abajo

$$f(x) = -1 + \frac{-4}{x} = \frac{-x-4}{x}$$

b) Función exponencial (se ve por la asíntota, el dominio, recorrido y porque pasa por el $(0, 1)$).

$$f(x) = e^x$$

c) Es la función $\sqrt{-x}$ desplazada dos porciones hacia la derecha: $[f(x) = \sqrt{-(x-2)} = \sqrt{2-x}]$



③
$$\begin{array}{l} f(x) = \frac{x+1}{3x-3} \\ g(x) = 2x+5 \\ h(x) = x^2+1 \end{array} \quad \begin{array}{l} a) (f \circ g)(x) = f(g(x)) = f(2x+5) = \frac{2x+5+1}{3(2x+5)-3} \\ \\ = \frac{2x+6}{6x+12} = \boxed{\frac{x+3}{3x+6}} \end{array}$$

b) Primero calculamos $f^{-1}(x)$:

$$y = \frac{x+1}{3x-3} \Rightarrow 3xy - 3y = x+1 \Rightarrow 3xy - x = 3y+1$$

$$x(3y-1) = 3y+1$$

$$x = \frac{3y+1}{3y-1}$$

Así tenemos $f^{-1}(x) = \frac{3x+1}{3x-1}$

$$[(f^{-1} \circ h)(x) = f^{-1}(x^2+1) = \frac{3(x^2+1)+1}{3(x^2+1)-1} = \frac{3x^2+4}{3x^2+2}]$$

c) $[(h \circ g)(x) = h(g(x)) = h(2x+5) = (2x+5)^2+1 = 4x^2+20x+26]$

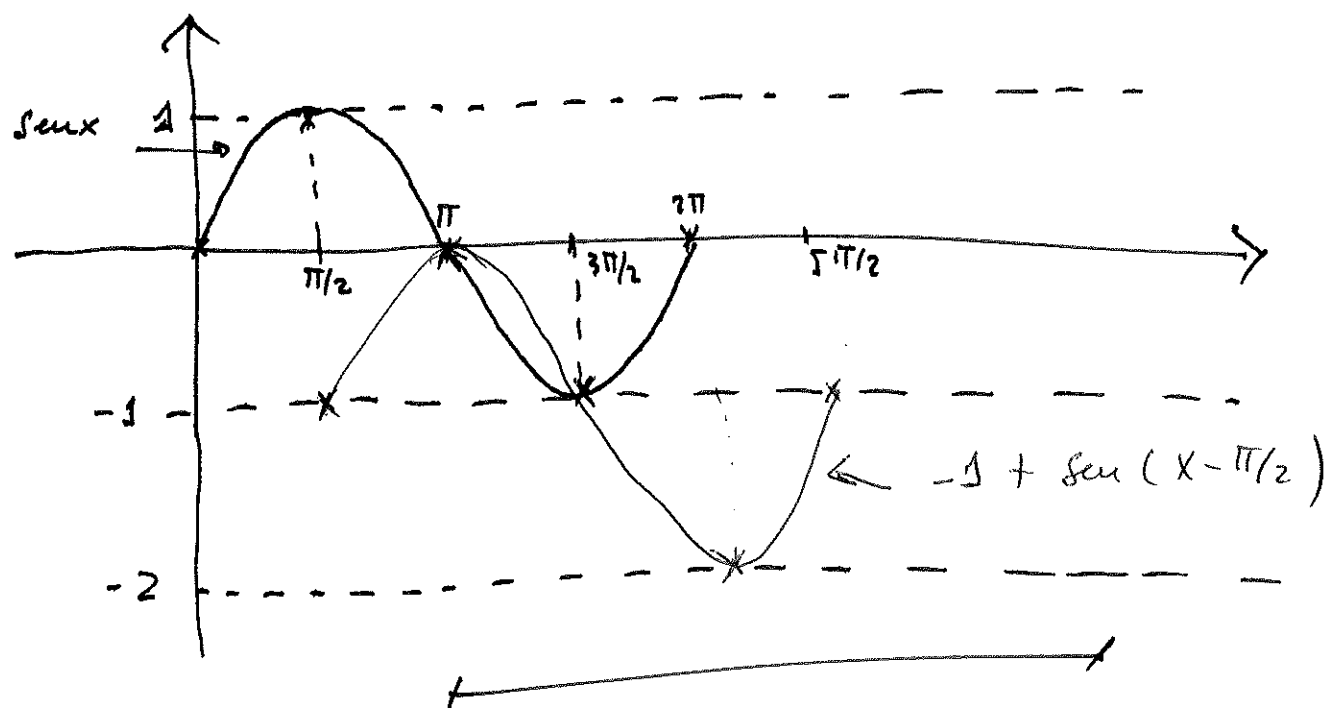
d) $[(h^{-1} \circ f)(x) = h^{-1}(f(x)) = h^{-1}\left(\frac{x+1}{3x-3}\right) = \sqrt{\frac{\frac{x+1}{3x-3}-1}{3x-3}} =$

$$\sqrt{\frac{x+1-3x+3}{3x-3}} = \sqrt{\frac{-2x+4}{3x-3}} = \sqrt{\frac{4-2x}{3x-3}}$$

Calculamos h^{-1} : $y = x^2+1 \Rightarrow x^2 = y-1 \Rightarrow x = +\sqrt{y-1} \quad (x \geq 0)$

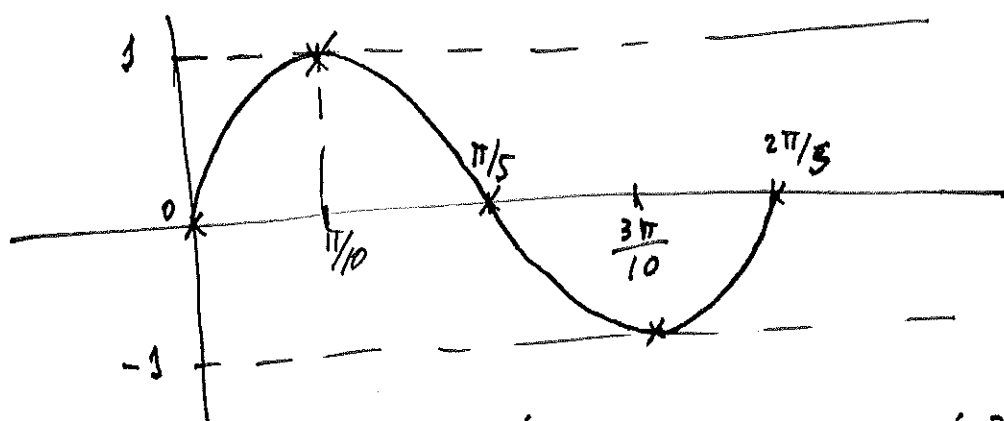
$$h^{-1}(x) = +\sqrt{x-1}$$

- (4) Representamos la función $f(x) = \sin x$ y la desplazamos 1 posición hacia abajo y $\pi/2$ hacia la derecha:



- (5) Primero calculo el periodo: $T = \frac{2\pi}{5}$ y divido en 4 zonas de la misma anchura:

$$\frac{\frac{\pi}{5} + \frac{2\pi}{5}}{2} = \frac{\frac{3\pi}{5}}{2} = \frac{3\pi}{10}$$



Creciente en $(0, \frac{\pi}{10}) \cup (\frac{3\pi}{10}, \frac{2\pi}{5})$

Decreciente en $(\frac{\pi}{10}, \frac{3\pi}{10})$

Máximo relativo en $(\frac{\pi}{10}, 0)$. Mínimo relativo en $(\frac{3\pi}{10}, -2)$

Punto de inflexión en $(\frac{\pi}{5}, -1)$

Cóncava en $(0, \frac{\pi}{5})$. Convexa $(\frac{\pi}{5}, \frac{2\pi}{5})$