	Matemáticas 1 1ºBC		
Departamento de Ciencias Curso 2023-2024	3ª Evaluación	Tema Derivadas	17 de abril de 2024
	NOMBRE:		

ACLARACIONES PREVIAS: No se evaluará nada escrito en esta hoja. Poner el nombre en cada una de las hojas. Numerar las hojas. El examen debe hacerse a bolígrafo negro o azul, no evaluándose nada escrito a lápiz. Se permite la calculadora. El orden de realización es indiferente aunque todos los apartados del mismo ejercicio deben ir juntos. Tiempo: 55 minutos. NUMERAR LAS CARILLAS

PUNTUACIÓN: El ejercicio 9 vale dos puntos; los demás, un punto cada uno

Calcula la función derivada de cada una de las siguientes funciones, simplificando cuando sea posible:

1. $f(x) = ctg(\frac{x+1}{x-2})$
2. $f(x) = \ln^3 5x^2$
3. $f(x) = \frac{x+lnx}{x+sen\ x}$
4. $f(x) = cosec 5x$
5. $f(x) = e^{\sqrt{x^2+3}}$
6. $f(x) = cos^2 x^2$
7. $f(x) = x^2 2^x$
8. $f(x) = sec^2 x^3$
9. Calcula las dos primeras derivadas de: $f(x) = \frac{x^2+4}{x-1}$

RESOLUCIÓN EXAMEN DERIVADAS 23-24

① $$\left(ctg\left(\frac{x+1}{x-2}\right)\right)' = \left(tg^{-1}\left(\frac{x+1}{x-2}\right)\right)' = -tg^{-2}\left(\frac{x+1}{x-2}\right)\cdot\left(tg\left(\frac{x+1}{x-2}\right)\right)' =$$

$$\left(tg\left(\frac{x+1}{x-2}\right)\right)' = \frac{1}{\cos^2\left(\frac{x+1}{x-2}\right)}\cdot\left(\frac{x+1}{x-2}\right)' = \frac{-3}{(x-2)^2\cos^2\left(\frac{x+1}{x-2}\right)}$$

$$\left(\frac{x+1}{x-2}\right)' = \frac{x-2-(x+1)}{(x-2)^2} = \frac{-3}{(x-2)^2}$$

$$\frac{3}{tg^2\left(\frac{x+1}{x-2}\right)\cdot(x-2)^2\cdot\cos^2\left(\frac{x+1}{x-2}\right)} =$$

$$\boxed{\frac{3}{(x-2)^2\,\operatorname{sen}^2\left(\frac{x+1}{x-2}\right)}} \leftarrow \text{SOL}$$

② $$\left(\ln^3 5x^2\right)' = 3\ln^2 5x^2\cdot\left(\ln 5x^2\right)' = 3\ln^2 5x^2\cdot\frac{2}{x} =$$

$$\left(\ln 5x^2\right)' = \frac{10x}{5x^2} = \frac{2}{x}$$

$$\boxed{\frac{6\ln^2 5x^2}{x}} \leftarrow \text{SOL}$$

③ $$\left(\frac{x+\ln x}{x+\operatorname{sen} x}\right)' = \frac{\left(1+\frac{1}{x}\right)(x+\operatorname{sen} x)-(x+\ln x)(1+\cos x)}{(x+\operatorname{sen} x)^2} =$$

$$(x+\ln x)' = 1+\frac{1}{x}$$

$$(x+\operatorname{sen} x)' = 1+\cos x$$

$$\frac{\cancel{x}+\operatorname{sen} x+1+\frac{\operatorname{sen} x}{x}\cancel{-x}-x\cos x-\ln x-\ln x\cos x}{(x+\operatorname{sen} x)^2} =$$

$$= \boxed{\frac{1+\operatorname{sen} x+\frac{\operatorname{sen} x}{x}-x\cos x-\ln x-\ln x\cos x}{(x+\operatorname{sen} x)^2}} \leftarrow \text{SOL}$$

(4) $(\text{cosec}\, 5x)' = (\text{sen}^{-1} 5x)' = -1 \cdot \text{sen}^{-2} 5x \; (\text{sen}\, 5x)' =$

$(\text{sen}\, 5x)' = \cos 5x \cdot 5 = 5 \cos 5x$

$\boxed{-\dfrac{5 \cos 5x}{\text{sen}^2 5x}}$ ← SOL

(5) $\left(e^{\sqrt{x^2+3}}\right)' = e^{\sqrt{x^2+3}} \cdot \left(\sqrt{x^2+3}\right)' = \boxed{\dfrac{x\, e^{\sqrt{x^2+3}}}{\sqrt{x^2+3}}}$ ← SOL.

$\left(\sqrt{x^2+3}\right)' = \dfrac{1}{2\sqrt{x^2+3}} \cdot (2x) = \dfrac{x}{\sqrt{x^2+3}}$

(6) $(\cos^2 x^2)' = 2 \cos x^2 \cdot (\cos x^2)' = 2 \cos x^2 \cdot (-2x\, \text{sen}\, x^2) =$

$(\cos x^2)' = -\text{sen}\, x^2 \cdot 2x = -2x\, \text{sen}\, x^2$

$\boxed{-4x\, \text{sen}\, x^2 \cos x^2}$ ← SOL

(7) $(x^2 2^x)' = 2x \cdot 2^x + x^2 \cdot 2^x \cdot \ln 2 = \boxed{x\, 2^{x+1} + x^2 \cdot 2^x \ln 2}$ ← SOL

(8) $(\sec^2 x^3)' = (\cos^{-2} x^3)' = -2 \cos^{-3} x^3 \cdot (\cos x^3)' =$

$(\cos x^3)' = -\text{sen}\, x^3 \cdot 3x^2 = -3x^2\, \text{sen}\, x^3$

$-2 \cos^{-3} x^3 \cdot (-3x^2\, \text{sen}\, x^3) =$

$6x^2 \dfrac{\text{sen}\, x^3}{\cos^3 x^3} = \boxed{6x^2\, \text{tg}\, x^3 \sec^2 x^3}$

SOL

(9) $f(x) = \frac{x^2+4}{x-1}$

$$f'(x) = \frac{2x(x-1)-(x^2+4)\cdot 1}{(x-1)^2} = \frac{2x^2-2x-x^2-4}{(x-1)^2} = \boxed{\frac{x^2-2x-4}{(x-1)^2}}$$ SOL 1-ª DERIV.

$$f''(x) = \left(\frac{x^2-2x-4}{(x-1)^2}\right)' = \frac{(2x-2)(x-1)^2-(x^2-2x-4)\cdot 2(x-1)}{(x-1)^4} =$$

$$\frac{(2x-2)(x-1)-2(x^2-2x-4)}{(x-1)^3} =$$

$$\frac{\cancel{2x^2}-\cancel{2x}-\cancel{2x}+2-\cancel{2x^2}+\cancel{4x}+8}{(x-1)^3} = \boxed{\frac{10}{(x-1)^3}}$$ SOL 2-ª DERIV.