

|                                                                                                                                       |                                 |              |                    |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------|--------------|--------------------|
|  <p>Departamento de Ciencias<br/>Curso 2023-2024</p> | <b>Matemáticas 1 (1º B y C)</b> |              |                    |
|                                                                                                                                       | 2ª Evaluación                   | Recuperación | 3 de abril de 2024 |
|                                                                                                                                       | NOMBRE:                         |              |                    |

**ACLARACIONES PREVIAS:** No se evaluará nada escrito en esta hoja. Poner el nombre en cada una de las hojas. Numerar las hojas. El examen debe hacerse a bolígrafo negro o azul, no evaluándose nada escrito a lápiz. Se permite la calculadora. El orden de realización es indiferente aunque todos los apartados del mismo ejercicio deben ir juntos. Tiempo: 90 min. **NUMERAR LAS CARILLAS**

**PUNTUACIÓN:** 2 puntos cada problema.

1--Calcula los siguientes límites en los puntos que se indican: (1 punto cada apartado)

a)  $\lim_{x \rightarrow 2} \left( \frac{3x+2}{x^2-4} \right)$

b)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{x^2+3}{x-2} - \frac{2x^2-3}{2x+1} \right)$

c)  $\lim_{x \rightarrow 3} \left( \frac{-x^2+9}{x^2-x-6} \right)$

d)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \sqrt{x^2 + x - 2} - \sqrt{x^2 - 2x + 1} \right)$

3--

Representa gráficamente las funciones: (1 punto cada apartado)

a)  $f(x) = -1 + \cos 2x$

b)  $g(x) = \frac{x+1}{x-1}$

4-- Estudia las asíntotas de las función : (2 puntos)  $f(x) = \frac{x^2+2}{x-1}$

5-- Calcula el dominio de las funciones: (1 punto cada apartado)

a)  $f(x) = \ln \frac{x^2-3}{x+1}$     b)  $g(x) = \sqrt{\frac{x^2-4}{x-1}}$

RESOLUCION REC. 2

① a)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x+2}{x^2-4} = \left[ \frac{8}{0} \right]$   $\left\{ \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{3x+2}{x^2-4} = \left[ \frac{8}{-0} \right] = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{3x+2}{x^2-4} = \left[ \frac{8}{+0} \right] = +\infty \end{array} \right.$

b)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^2+3}{x-2} - \frac{2x^2-3}{2x+1} \right) = [\infty - \infty] = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x^2+3)(2x+1) - (x-2)(2x^2-3)}{(x-2)(2x+1)} =$

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 + x^2 + 6x + 3 - (2x^3 - 3x - 4x^2 + 6)}{2x^2 - 3x - 2} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2 + 9x - 3}{2x^2 - 3x - 2} = \boxed{\frac{5}{2}}$

c)  $\lim_{x \rightarrow 3} \left( \frac{-x^2+9}{x^2-x-6} \right) = \left[ \frac{0}{0} \right] = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{-(x+3)(x-3)}{(x-3)(x+2)} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{-(x+3)}{x+2} = \boxed{\frac{-6}{5}}$

$-x^2+9 = -(x^2-9) = -(x+3)(x-3)$   
 $x^2-x-6 = 0 \rightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{1+24}}{2} = \frac{1 \pm 5}{2}$   
 $x^2-x-6 = (x-3)(x+2)$

d)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \sqrt{x^2+x-2} - \sqrt{x^2-2x+1} \right) = [\infty - \infty] =$   
 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\left( \sqrt{x^2+x-2} - \sqrt{x^2-2x+1} \right) \left( \sqrt{x^2+x-2} + \sqrt{x^2-2x+1} \right)}{\sqrt{x^2+x-2} + \sqrt{x^2-2x+1}} =$

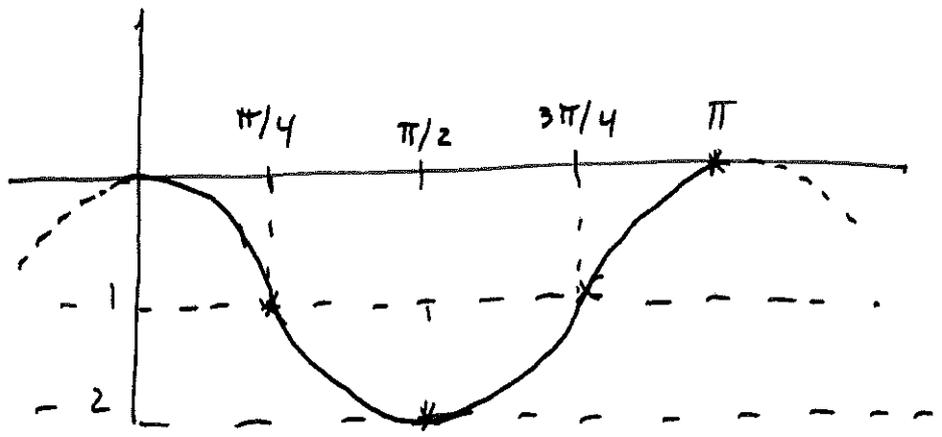
$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2+x-2 - (x^2-2x+1)}{\sqrt{x^2+x-2} + \sqrt{x^2-2x+1}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x-3}{\sqrt{x^2+x-2} + \sqrt{x^2-2x+1}} =$

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x}{\sqrt{x^2} + \sqrt{x^2}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x}{2x} = \boxed{\frac{3}{2}}$

② a)  $f(x) = -1 + \cos 2x$

$T = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi}{2} = \pi$

Desplazada hacia abajo

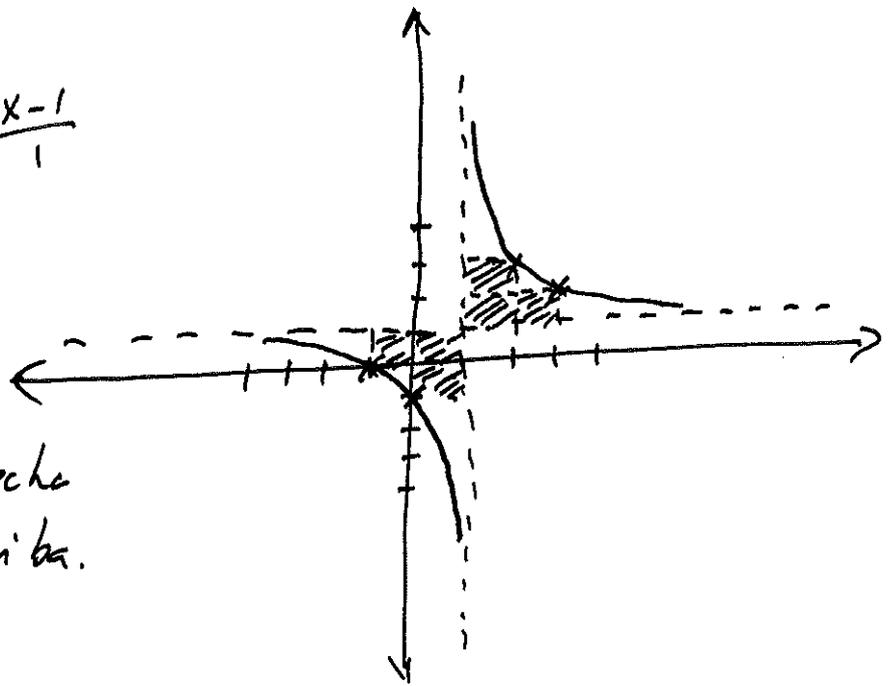


$$b) f(x) = \frac{x+1}{x-1}$$

$$\frac{x+1}{x-1} = \frac{x-1}{x-1} + \frac{2}{x-1}$$

$$\frac{x+1}{x-1} = 1 + \frac{2}{x-1}$$

↓  
 la  $\frac{2}{x}$  desplazada  
 una posición hacia la derecha  
 y una posición hacia arriba.



$$(3) f(x) = \frac{x^2+2}{x-1}$$

A. Horiz.  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty \rightarrow$  No tiene

A. Vert.  $x-1=0 \Rightarrow \boxed{x=1}$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2+2}{x-1} = \left[ \frac{3}{-0} \right] = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2+2}{x-1} = \left[ \frac{3}{+0} \right] = +\infty$$

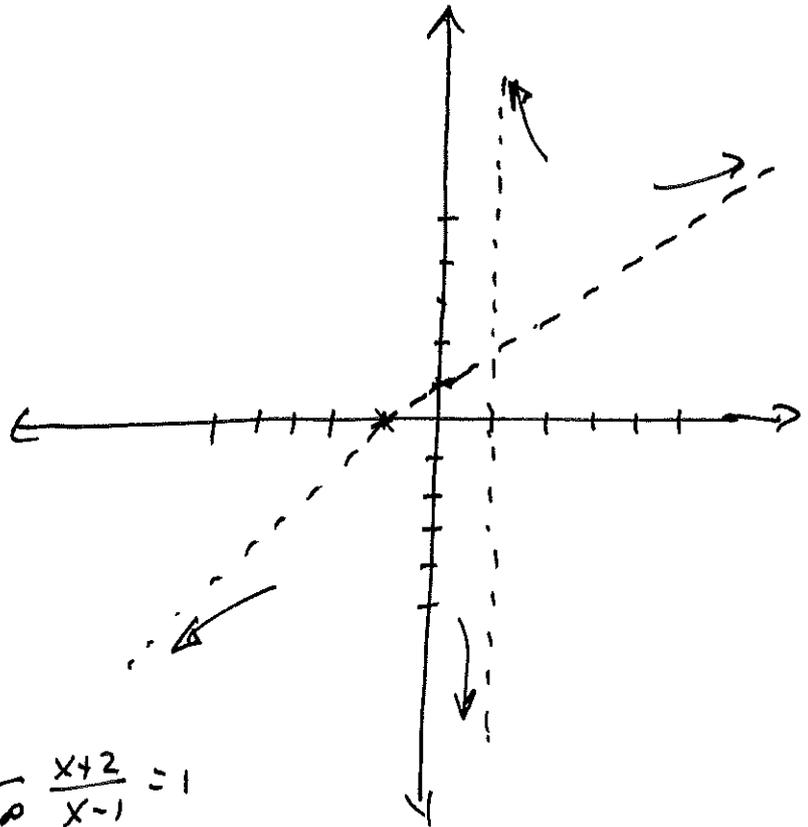
A. Oblicuas:

$$m = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2+2}{x^2-x} = 1$$

$$n = \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) - mx = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2+2}{x-1} - x = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x+2}{x-1} = 1$$

Ecuación A.O.:  $\boxed{y = x + 1}$

$$\begin{array}{r|l} x & g \\ \hline 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{array}$$



$$\begin{array}{c|cc} & \neq & & \\ (+\infty) & 100 & 10103 & 101 \end{array} \rightarrow \text{Por arriba}$$

$$\begin{array}{c|cc} & \neq & & \\ (-\infty) & -100 & -9903 & -99 \end{array} \rightarrow \text{Por abajo}$$



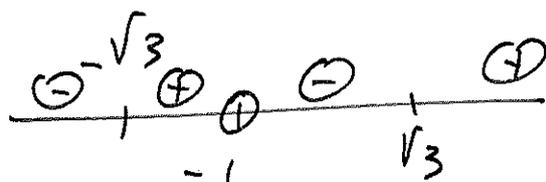
(4)

$$a) f(x) = \frac{x^2 - 3}{x + 1}$$

$$\left( \frac{x^2 - 3}{x + 1} > 0 \right)$$

$$x^2 - 3 = 0 \rightarrow x = \pm\sqrt{3}$$

$$x + 1 = 0 \rightarrow x = -1$$



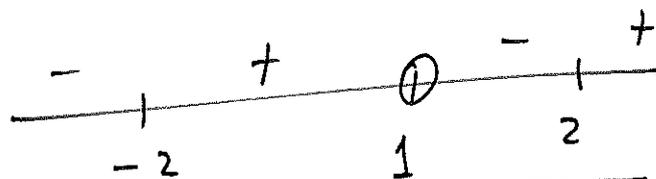
$$\boxed{\text{Dom}(f) = (-\sqrt{3}, -1) \cup (\sqrt{3}, +\infty)}$$

$$b) g(x) = \sqrt{\frac{x^2 - 4}{x - 1}}$$

$$\left( \frac{x^2 - 4}{x - 1} \geq 0 \right)$$

$$x^2 - 4 = 0 \rightarrow x = \pm 2$$

$$x - 1 = 0 \rightarrow x = 1$$



$$\boxed{\text{Dom}(g) = [-2, 1) \cup [2, +\infty)}$$