La Salle Virlecha - Antequera Departamento de Ciencias Curso 2023-2024	**Matemáticas 1 1ºB-C**		
	3ª Evaluación	Extraordinaria	septiembre de 2024
	NOMBRE:		

ACLARACIONES PREVIAS: No se evaluará nada escrito en esta hoja. Poner el nombre en cada una de las hojas. Numerar las hojas. El examen debe hacerse a bolígrafo negro o azul, no evaluándose nada escrito a lápiz. Se permite la calculadora. El orden de realización es indiferente, aunque todos los apartados del mismo ejercicio deben ir juntos. Tiempo: 90 minutos. **NUMERAR LAS CARILLAS**

PUNTUACIÓN: La especificada

Calcula la función derivada de cada una de las siguientes funciones, simplificando cuando sea posible (1 punto cada una):

1. $f(x) = 2\cos^2\sqrt{x}$
2. $f(x) = e^{3x} cosec(\, x)$
3. $f(x) = x^2 tanx$
4. $f(x) = ln(x^2 + 4)$
5. $f(x) = arcsen(lnx)$

6. Dada la función: $f(x) = \frac{x^2+3x}{x+1}$, calcula (2 puntos):
   a) Dominio, signo, simetrías, puntos de corte y asíntotas
   b) Monotonía, extremos, curvatura e inflexión

7. Calcula la ecuación de la recta tangente y normal de la curva $f(x) = \frac{x-2}{x+3}$ en el punto x=0 (1 punto)

8. Resuelve por el método de Gauss (2 puntos):

$$\left.\begin{array}{r} x - 3y + 4z = 21 \\ 3x + y - z = -18 \\ 2x - y + 3z = 12 \end{array}\right\}$$

RESOLUCIÓN

(1) $\left(2\cos^2\sqrt{x}\right)' = 2 \cdot 2\cos\sqrt{x}\left(\cos\sqrt{x}\right)' = \dfrac{4\cos\sqrt{x}\cdot\left(-\operatorname{sen}\sqrt{x}\right)}{2\sqrt{x}} =$

$\left(\cos\sqrt{x}\right)' = -\operatorname{sen}\sqrt{x}\cdot\dfrac{1}{2\sqrt{x}} = \dfrac{-\operatorname{sen}\sqrt{x}}{2\sqrt{x}}$

$$\boxed{-\dfrac{2\cos\sqrt{x}\operatorname{sen}\sqrt{x}}{\sqrt{x}}}$$

(2) $\left(e^{3x}\operatorname{cosec}x\right)' = \left(e^{3x}\right)'\operatorname{cosec}x + e^{3x}\left(\operatorname{cosec}x\right)' = 3e^{3x}\operatorname{cosec}x + e^{3x}\cdot\dfrac{(-\cos x)}{\operatorname{sen}^2x}$

$\left(\operatorname{cosec}x\right)' = \left(\operatorname{sen}^{-1}x\right)' = -\operatorname{sen}^{-2}x\cdot\cos x = \dfrac{-\cos x}{\operatorname{sen}^2x}$

$$= \boxed{e^{3x}\operatorname{cosec}x\left(3 - \operatorname{ctg}x\right)}$$

(3) $\boxed{\left(x^2\tan x\right)' = 2x\tan x + x^2\sec^2x}$

(4) $\left(\ln\left(x^2+4\right)\right)' = \boxed{\dfrac{2x}{x^2+4}}$

(5) $\left(\operatorname{arcsen}(\ln x)\right)' = \dfrac{(\ln x)'}{\sqrt{1-\ln^2x}} = \boxed{\dfrac{1}{x\sqrt{1-\ln^2x}}}$

⑥ $f(x) = \dfrac{x^2+3x}{x+1}$

a) • $\mathrm{Dom}(f) = \mathbb{R} - \{-1\} = (-\infty,-1) \cup (-1,+\infty)$

• Signo: $x^2+3x=0 \to x(x+3)=0$
$\hookrightarrow x=0 (1)$
$x=-3 (1)$

$x+1=0 \to x=-1 (1)$

$$\begin{array}{ccccccc} - & & + & & - & & + \\ & -3 & & -1 & & 0 & \end{array}$$

$f(x)>0$ en $(-3,-1) \cup (0,+\infty)$
$f(x)<0$ en $(-\infty,-3) \cup (-1,0)$

• $f(-x) = \dfrac{x^2-3x}{-x+1}$ No tiene simetría $\left(\begin{array}{l} f(-x) \neq f(x) \\ f(-x) \neq -f(x) \end{array} \right)$

• Cortes: OX: $f(x)=0 \Rightarrow x^2+3x=0 \to x=0,\ x=-3$

$(0,0),\ (-3,0)$

OY: $f(0)=0 \Rightarrow (0,0)$

• Asíntotas: A.H: $\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = \infty \to$ No hay A.H.

A.V: $x+1=0 \Rightarrow \boxed{x=-1}$ $\lim\limits_{x\to -1^-} \dfrac{x^2+3x}{x+1} = \left[\dfrac{-2}{-0}\right] = +\infty$

$\lim\limits_{x\to -1^+} \dfrac{x^2+3x}{x+1} = \left[\dfrac{-2}{+0}\right] = -\infty$

A. oblicua:

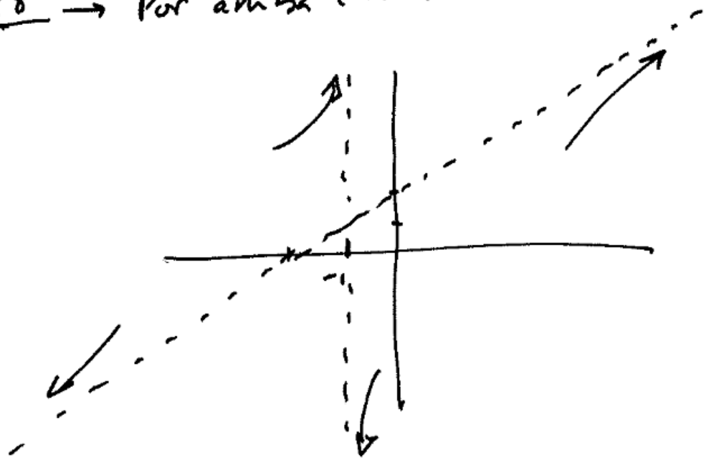
$$m = \lim_{x\to\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x\to\infty} \frac{x^2+3x}{x^2+x} = 1$$

$$n = \lim_{x\to\infty} f(x) - mx = \lim_{x\to\infty} \frac{x^2+3x}{x+1} - x = \lim_{x\to\infty} \frac{x^2+3x-x^2-x}{x+1} =$$

$$\lim_{x\to\infty} \frac{2x}{x+1} = 2$$

Así, la ecuación de la asíntota es $\boxed{y = x+2}$

	$y=x+2$	$f(x)=\frac{x^2+3x}{x+1}$	
100	102	101'98	→ Por abajo $(+\infty)$
-100	-98	-97'98	→ Por arriba $(-\infty)$

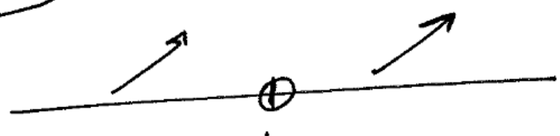


• $$f'(x) = \left(\frac{x^2+3x}{x+1}\right)' = \frac{(2x+3)(x+1)-(x^2+3x)}{(x+1)^2} = \frac{2x^2+2x+3x+3-x^2-3x}{(x+1)^2} =$$

$$\frac{x^2+2x+3}{(x+1)^2}$$

$x^2+2x+3=0 \rightarrow x = \frac{-2\pm\sqrt{4-12}}{2} \rightarrow$ No sol.

$x+1=0 \rightarrow x=-1$ (doble)



$f(x)$ es creciente en $(-\infty,-1) \cup (-1,+\infty)$
No tiene extremos.

$$f''(x) = \left(\frac{x^2+2x+3}{(x+1)^2}\right)' = \frac{(2x+2)(x+1)^2 - (x^2+2x+3)\cdot 2(x+1)}{(x+1)^4} =$$

$$\frac{(2x+2)(x+1) - (x^2+2x+3)\cdot 2}{(x+1)^3} = \frac{2x^2+2x+2x+2-2x^2-4x-6}{(x+1)^3}$$

$$= \frac{-4}{(x+1)^3} \qquad (x+1) = 0 \rightarrow x = -1 \ (3)$$

$(+)$ $\quad -1 \quad$ $(-)$

$f(x)$ convexa en $(-\infty, -1)$
$f(x)$ cóncava en $(-1, +\infty)$

No hay ptos inflexión ($x=-1$ no está en el dominio).

---

(7) $f(x) = \dfrac{x-2}{x+3}$

$x=0$

$f(0) = -2/3$

$$f'(x) = \frac{x+3-(x-2)}{(x+3)^2} = \frac{5}{(x+3)^2}$$

$$f'(0) = \frac{5}{9}$$

Recta tangente: $y + \frac{2}{3} = \frac{5}{9}(x-0)$

Recta normal: $y + \frac{2}{3} = -\frac{9}{5}(x-0)$

8

$$\begin{pmatrix} 1 & -3 & 4 & 21 \\ 3 & 1 & -1 & -18 \\ 2 & -1 & 3 & 12 \end{pmatrix} \begin{array}{c} \\ 3\cdot I - II \\ 2I - III \end{array} \begin{pmatrix} 1 & -3 & 4 & 21 \\ 0 & -10 & 13 & 81 \\ 0 & -5 & 5 & 30 \end{pmatrix}$$

$$\begin{array}{c} \\ \\ II - 2III \end{array} \begin{pmatrix} 1 & -3 & 4 & 21 \\ 0 & -10 & 13 & 81 \\ 0 & 0 & 3 & 21 \end{pmatrix}$$

$$\left.\begin{array}{r} x - 3y + 4z = 21 \\ -10y + 13z = 81 \\ 3z = 21 \end{array}\right\}$$

$-10y + 91 = 81 \Rightarrow -10y = -10$

$\underline{\underline{y = 1}}$

$x - 3 + 28 = 21$

$x = 21 - 25$

$\underline{\underline{x = -4}}$

Solución $\Rightarrow$ $\boxed{\begin{array}{l} x = -4 \\ y = 1 \\ z = 7 \end{array}}$