<table>
<tr><td rowspan="3">La Salle
Virlecha
Antequera
Departamento de Ciencias
Curso 2024-2025</td><td colspan="3">Matemáticas 1 (1º B-C)</td></tr>
<tr><td>1ª Evaluación</td><td>Global</td><td>28 de noviembre de 2024</td></tr>
<tr><td colspan="3">NOMBRE:</td></tr>
<tr><td colspan="4">ACLARACIONES PREVIAS: No se evaluará nada escrito en esta hoja. Poner el nombre en cada una de las hojas. Numerar las carillas. El examen debe hacerse a bolígrafo negro o azul, no evaluándose nada escrito a lápiz. Se permite la calculadora. El orden de realización es indiferente aunque todos los apartados del mismo ejercicio deben ir juntos. Tiempo: 90 minutos.

PUNTUACIÓN:. Los ejercicios valen 1 punto. CE: 1.2 , 2.1, 2.2, 3.1</td></tr>
</table>

1--
Resuelve:

$$\sqrt{x+4}+\sqrt{x-1}=5$$

2—
Resuelve:

$$\frac{2x+3}{x-3}-\frac{x}{x+3}=\frac{5x+2}{x^2-9}-5$$

3—Resuelve el sistema:

$$\left.\begin{array}{c} x-y=2 \\ 5\cdot 2^x-2\cdot 4^{y+1}=8 \end{array}\right\}$$

4—Resuelve:

$$\left.\begin{array}{c} yx=6 \\ x^2+y^2=13 \end{array}\right\}$$

5—Resuelve:

$$\frac{x^2+2x+1}{x^2+x+1}>0$$

6—Resuelve por el método de Gauss:

$$\left.\begin{array}{l} x-y+2z=-4 \\ 3x-5y+8z=-14 \\ x+3y-2z=0 \end{array}\right\}$$

7--Resuelve por el método de Gauss:

$$\left.\begin{array}{l} x + y - z = 1 \\ 3x + 2y + z = 1 \\ 5x + 3y + 4z = 2 \end{array}\right\}$$

8-- Sabiendo que $\log_3 A = 2{,}3$ y que $\log_3 B = -1{,}05$, calcula $\log_9 \sqrt[3]{\dfrac{A^4}{9B^5}}$

9— De una cierta cantidad de dinero se ha gastado primero la mitad, y luego la tercera parte de lo que quedaba, y aún quedan 4000 €., ¿Cuánto dinero había inicialmente?

10—Un cajero automático dispone de billetes de 10, 20 y 50 €. Los viernes depositan en el cajero 225 billetes con un valor de 7000€. Averigua los billetes de cada tipo, si sabemos que los billetes de 50 y 10 (juntos) son el doble que los de 20.

RESOLUCIÓN

① $\sqrt{x+4} + \sqrt{x-1} = 5 \Rightarrow \sqrt{x+4} = 5 - \sqrt{x-1}$

$x+4 = 25 + (x-1) - 10\sqrt{x-1} \Rightarrow 10\sqrt{x-1} = 25 + x - 1 - x - 4$

$10\sqrt{x-1} = 20 \Rightarrow \sqrt{x-1} = 2 \Rightarrow x-1 = 4 \Rightarrow \boxed{x=5}$

Solución válida porque cumple la igualdad.

② $\dfrac{2x+3}{x-3} - \dfrac{x}{x+3} = \dfrac{5x+2}{x^2-9} - 5 \rightarrow$ Multiplico por mcm:

$x-3$
$x+3$
$x^2-9 = (x+3)(x-3)$ $\Big\}$ mcm $= (x+3)(x-3)$

$(2x+3)(x+3) - x(x-3) = 5x+2 - 5(x^2-9)$

$2x^2 + 6x + 3x + 9 - x^2 + 3x = 5x + 2 - 5x^2 + 45$

$6x^2 + 7x - 38 = 0$

$x = \dfrac{-7 \pm \sqrt{49+912}}{12} = \dfrac{-7 \pm 31}{12}$ → $x_1 = \dfrac{24}{12} = 2$; $x_2 = \dfrac{-38}{12} = \dfrac{-19}{6}$

Válidas las 2 soluciones, porque no anulan denom.

③ $x - y = 2$ → $x = y+2$ y sustituyo en la 2ª ecuac.

$5 \cdot 2^x - 2 \cdot 4^{y+1} = 8$

$5 \cdot 2^{y+2} - 2 \cdot 4^y \cdot 4 = 8$

$5 \cdot 2^y \cdot 2^2 - 2 \cdot 4^y \cdot 4 = 8$

Cambio variable:

$2^y = t$

$4^y = (2^2)^y = (2^y)^2 = t^2$

$20t - 8t^2 = 8 \Rightarrow$

$8t^2 - 20t + 8 = 0 \Rightarrow 2t^2 - 5t + 2 = 0$

$t = \dfrac{5 \pm \sqrt{25-16}}{4} = \dfrac{5 \pm 3}{4}$

$t_1 = 2 \Rightarrow 2^{y_1} = 2 \Rightarrow y_1 = 1 \Rightarrow x = 3$

$t_2 = \dfrac{2}{4} = \dfrac{1}{2} \Rightarrow 2^{y_2} = \dfrac{1}{2} \Rightarrow y_2 = -1 \Rightarrow x = 1$

Soluciones:
$(3,1)$
$(1,-1)$

(4)

$$\left.\begin{array}{l} xy=6 \\ x^2+y^2=13 \end{array}\right\} \quad y=\frac{6}{x} \quad \text{y sustituyo abajo:}$$

$$x^2+\left(\frac{6}{x}\right)^2=13 \Rightarrow x^2+\frac{36}{x^2}=13$$

$$x^4+36=13x^2 \rightarrow x^4-13x^2+36=0 \rightarrow t^2-13t+36=0$$

Cambio variable: $x^2=t$

$$t=\frac{13\pm\sqrt{25}}{2}=\frac{13\pm 5}{2}$$

$$\left.\begin{array}{l} t_1=\frac{18}{2}=9 \\ t_2=\frac{8}{2}=4 \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{l} x^2=9 \Rightarrow x=\pm 3 \\ x^2=4 \Rightarrow x=\pm 2 \end{array}$$

$$x_1=3 \Rightarrow y_1=\frac{6}{3}=2$$
$$x_2=-3 \Rightarrow y_2=\frac{6}{-3}=-2$$
$$x_3=2 \Rightarrow y_3=\frac{6}{2}=3$$
$$x_4=-2 \Rightarrow y_4=\frac{6}{-2}=-3$$

Soluciones:
$(3,2)$ $(-3,-2)$
$(2,3)$ $(-2,-3)$

(5)

$$\frac{x^2+2x+1}{x^2+x+1}>0$$

$x^2+2x+1=0 \rightarrow x=-1$ (raíz doble)
$x^2+x+1=0 \rightarrow$ No solución

$(+)$ $\quad -1(2) \quad$ $(+)$

Solución:
$(-\infty,-1) \cup (-1,+\infty)$

(6)

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & -4 \\ 3 & -5 & 8 & -14 \\ 1 & 3 & -2 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow[\text{III}-\text{I}]{3\text{I}-\text{II}} \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & -4 \\ 0 & 2 & -2 & 2 \\ 0 & 4 & -4 & 4 \end{pmatrix} \xrightarrow{2\text{II}-\text{III}} \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & -4 \\ 0 & 2 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Así, el sistema, me queda: $\left.\begin{array}{l} x-y+2z=-4 \\ y-z=1 \end{array}\right\}$
(He simplificado la 2ª ecuación!!)

Vemos que es un sistema Compatible Indeterminado.
Para expresar las soluciones, ponemos $z = t$, con lo que nos queda:

$$\boxed{\left.\begin{array}{l} x = -3 - t \\ y = 1 + t \\ z = t \end{array}\right\}}$$ Solución

⑦ $$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & 1 & 1 \\ 5 & 3 & 4 & 2 \end{pmatrix} \begin{array}{c} \\ II-3I \\ III-5I \end{array} \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & -1 & 4 & -2 \\ 0 & -2 & 9 & -3 \end{pmatrix} \begin{array}{c} \\ \\ 2II-III \end{array} \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & -1 & 4 & -2 \\ 0 & 0 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

Así, el sistema queda: $\left.\begin{array}{l} x + y - z = 1 \\ -y + 4z = -2 \\ -z = -1 \end{array}\right\} \Rightarrow$

$\boxed{S.C.D}$

$$\boxed{\begin{array}{l} x = -4 \\ y = 6 \\ z = 1 \end{array}}$$ Solución

⑧ $$\log_9 \sqrt[3]{\frac{A^4}{9B^5}} = \frac{\log_3 \sqrt[3]{\frac{A^4}{9B^5}}}{\log_3 9} = \frac{\frac{1}{3}\left(\log_3 A^4 - \log_3 9B^5\right)}{\log_3 9} =$$

$$\frac{\frac{1}{3}\left(4\log_3 A - \left(\log_3 9 + 5\log_3 B\right)\right)}{2} = \frac{1}{6}\left(4 \cdot 2'3 - \left(2 + 5 \cdot (-1'051)\right)\right) =$$

$$\boxed{2'075}$$

(9)

lo primero que gasté

lo segundo que gasté

$$X = \frac{X}{2} + \boxed{\frac{1}{3}\left(\underbrace{X - \frac{X}{2}}_{\text{Lo que quedaba}}\right)} + 4000$$

Cantidad inicial

Lo que sobró.

Así : $x = \frac{x}{2} + \frac{x}{6} + 4000 \Rightarrow 6x = 3x + x + 24000$

Así : $2x = 24000 \Rightarrow \boxed{x = 12000 \text{ €}}$ SOLUCIÓN

(10)

$$\left.\begin{array}{l} x + y + z = 225 \\ 10x + 20y + 50z = 7000 \\ z + x = 2y \end{array}\right\} \longrightarrow y = \frac{z + x}{2}$$ y sustituyo en las otras 2 ecuaciones :

$x \rightarrow$ n.º billetes 10 €
$y =$ n.º billetes 20 €
$z =$ n.º billetes 50 €

$$\left.\begin{array}{l} x + \frac{z+x}{2} + z = 225 \\ 10x + 10z + 10x + 50z = 7000 \end{array}\right\}$$

$$\left.\begin{array}{l} 3x + 3z = 450 \\ 20x + 60z = 7000 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x + z = 150 \\ 2x + 6z = 700 \end{array}\right\} \quad \begin{array}{l} x = 150 - z \\ 2(150 - z) + 6z = 700 \\ 300 - 2z + 6z = 700 \\ 300 - 4z = 700 \end{array} \Rightarrow z = 100$$

Si sustituimos: $x = 150 - 100 = 50$
y sustituyendo en la 1.ª ecuación inicial, nos queda $y = 75$

SOLUCIÓN :

Billetes de 10 € : 50
Billetes de 20 € : 75
Billetes de 50 € : 100