

 Virlecha Antequera Curso 2024-2025	GRUPO 1º C	
	SA 2 (Álgebra)	13-11-2024
	NOMBRE	
<p>ACLARACIONES PREVIAS: ACLARACIONES PREVIAS: No se evaluará nada escrito en esta hoja. Poner el nombre en cada una de las hojas. Numerar las hojas. El examen debe hacerse a bolígrafo negro o azul, no evaluándose nada escrito a lápiz. Se permite la calculadora. El orden de realización es indiferente aunque todos los apartados del mismo ejercicio deben ir juntos. Tiempo: 55 minutos.</p> <p>PUNTUACIÓN: Todos los problemas valen un punto excepto 5, 6 y 7, que valen 2 CE 1.2 y 3.1</p>		

Resuelve:

1—

Resuelve :

$$2 \log(2x - 2) - \log(x - 1) = 1$$

2—

Resuelve:

$$\frac{3}{x-2} - \frac{1-x}{x^2-4x+4} = \frac{x^2-4}{(x-2)^2}$$

3—

Resuelve:

$$\frac{x^2-3}{x^2+x+1} \geq 0$$

4—

Resuelve:

$$9^x - 10 \cdot 3^x + 9 = 0$$

5—

Resuelve:

$$\left. \begin{aligned} x + 2y &= \frac{3}{x} \\ x + y &= \frac{2}{y} \end{aligned} \right\}$$

6—

Resuelve:

$$\left. \begin{aligned} 2x - y + 15z &= 3 \\ x - 3y - 2z &= 7 \\ x - 8y - 21z &= 11 \end{aligned} \right\}$$

7—

$$\left. \begin{aligned} 2x - y + z &= 11 \\ x - y + 3z &= 15 \\ 3x + 2y - 5z &= -17 \end{aligned} \right\}$$

RESOLUCION 1

①

$$\begin{aligned} 2 \log(2x-2) - \log(x-1) &= 1 \\ \log(2x-2)^2 - \log(x-1) &= \log 10 \\ \log \frac{(2x-2)^2}{x-1} &= \log 10 \end{aligned} \rightarrow \frac{(2x-2)^2}{x-1} = 10$$
$$\begin{aligned} 4x^2 + 4 - 8x &= 10(x-1) \\ 4x^2 - 18x + 14 &= 0 \\ 2x^2 - 9x + 7 &= 0 \end{aligned}$$

$$x = \frac{9 \pm \sqrt{81 - 56}}{4} = \frac{9 \pm 5}{4} \rightarrow \boxed{x_1 = \frac{14}{4} = \frac{7}{2}} \rightarrow \text{Válida}$$

~~$x_2 = 1$~~ \rightarrow No válida, porque queda $\log(0)$

②

$$\frac{3}{x-2} - \frac{1-x}{x^2-4x+4} = \frac{x^2-4}{(x-2)^2}$$

$$\begin{array}{l} | \quad x-2 \\ | \quad x^2-4x+4 = (x-2)^2 \\ | \quad (x-2)^2 \\ | \quad \text{mcm} = (x-2)^2 \end{array}$$

Multiplicamos por el mcm:

$$3(x-2) - (1-x) = x^2 - 4$$

$$3x - 6 - 1 + x = x^2 - 4$$

$$x^2 - 4x + 3 = 0 \Rightarrow x = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 12}}{2} = \frac{4 \pm 2}{2}$$

$$\boxed{\begin{array}{l} x_1 = 3 \\ x_2 = 1 \end{array}}$$

Son válidas las 2 soluciones, porque no anulan ningún denominador.

③

$$\frac{x^2 - 3}{x^2 + x + 1} \geq 0$$

$$\begin{array}{c} + \quad \quad \quad - \quad \quad \quad + \\ | \quad \quad \quad | \quad \quad \quad | \\ -\sqrt{3} \quad \quad \quad \sqrt{3} \\ (1) \quad \quad \quad (1) \end{array}$$

$$x^2 - 3 = 0 \rightarrow x = \pm \sqrt{3}$$

$$x^2 + x + 1 = 0 \rightarrow \text{No soluc.}$$

$$\boxed{\text{Solución: } (-\infty, -\sqrt{3}] \cup [\sqrt{3}, +\infty)}$$

(4)

$$9^x - 10 \cdot 3^x + 9 = 0 \Rightarrow y^2 - 10y + 9 = 0 \Rightarrow$$

$$\underline{3^x = y}$$

$$\underline{9^x = (3^2)^x = (3^x)^2 = y^2}$$

$$y = \frac{10 \pm \sqrt{100 - 36}}{2} = \frac{10 \pm 8}{2}$$

$$y_1 = 9 = 3^x \Rightarrow \boxed{x = 2}$$

$$y_2 = 1 = 3^x \Rightarrow \boxed{x = 0}$$

(5)

$$\begin{cases} x + 2y = \frac{3}{x} \\ x + y = \frac{2}{y} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \frac{2}{y} - y + 2y = \frac{3}{\frac{2}{y} - y} \\ \frac{2}{y} + y = \frac{3}{\frac{2}{y} - y} \end{cases}$$

$$\left(\frac{2}{y} + y\right) \left(\frac{2}{y} - y\right) = 3$$

$$\frac{4}{y^2} - y^2 = 3 \Rightarrow 4 - y^4 = 3y^2 \Rightarrow$$

$$y^4 + 3y^2 - 4 = 0$$

$$z^2 + 3z - 4 = 0 \Rightarrow z = \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 16}}{2} =$$

$$\frac{-3 \pm 5}{2} \rightarrow z_1 = 1 ; z_2 = -4$$

$$z_1 = 1 \Rightarrow y^2 = 1 \Rightarrow y = \pm 1$$

$$z_2 = -4 \Rightarrow y^2 = -4 \rightarrow \text{No solución.}$$

Luego:

$$y_1 = 1 \Rightarrow x_1 = \frac{2}{1} - 1 = 1 \quad (*)$$

$$y_2 = -1 \Rightarrow x_2 = \frac{2}{-1} - (-1) = -1$$

Solución: $(1, 1)$ y $(-1, -1)$ (válidas porque no anulan denominadores)

⑥ Ordenamos las filas como me interesa, y me queda:

$$\begin{pmatrix} 1 & -3 & -2 & 7 \\ 1 & -8 & -21 & 11 \\ 2 & -1 & 15 & 3 \end{pmatrix} \xrightarrow{\substack{I-II \\ 2I-III}} \begin{pmatrix} 1 & -3 & -2 & 7 \\ 0 & 5 & 19 & -4 \\ 0 & -5 & -19 & 11 \end{pmatrix}$$

$$\xrightarrow{II+III} \begin{pmatrix} 1 & -3 & -2 & 7 \\ 0 & 5 & 19 & -4 \\ 0 & 0 & 0 & 7 \end{pmatrix} \rightarrow 0=7 \Rightarrow \text{Sistema Incompatible.}$$

⑦ Ordenamos filas también:

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 & 15 \\ 2 & -1 & 1 & 11 \\ 3 & 2 & -5 & -17 \end{pmatrix} \xrightarrow{\substack{2I-II \\ 3I-III}} \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 & 15 \\ 0 & -1 & 5 & 19 \\ 0 & -5 & 14 & 62 \end{pmatrix}$$

$$\xrightarrow{5II-III} \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 & 15 \\ 0 & -1 & 5 & 19 \\ 0 & 0 & 11 & 33 \end{pmatrix} \quad \left. \begin{array}{l} x - y + 3z = 15 \\ -y + 5z = 19 \\ 11z = 33 \end{array} \right\}$$

$$11z = 33 \Rightarrow z = 3$$

$$-y + 5 \cdot 3 = 19$$

$$-y + 15 = 19 \Rightarrow y = -4$$

$$x + 4 + 9 = 15 \Rightarrow x = 2$$

Solución: $(2, -4, 3)$