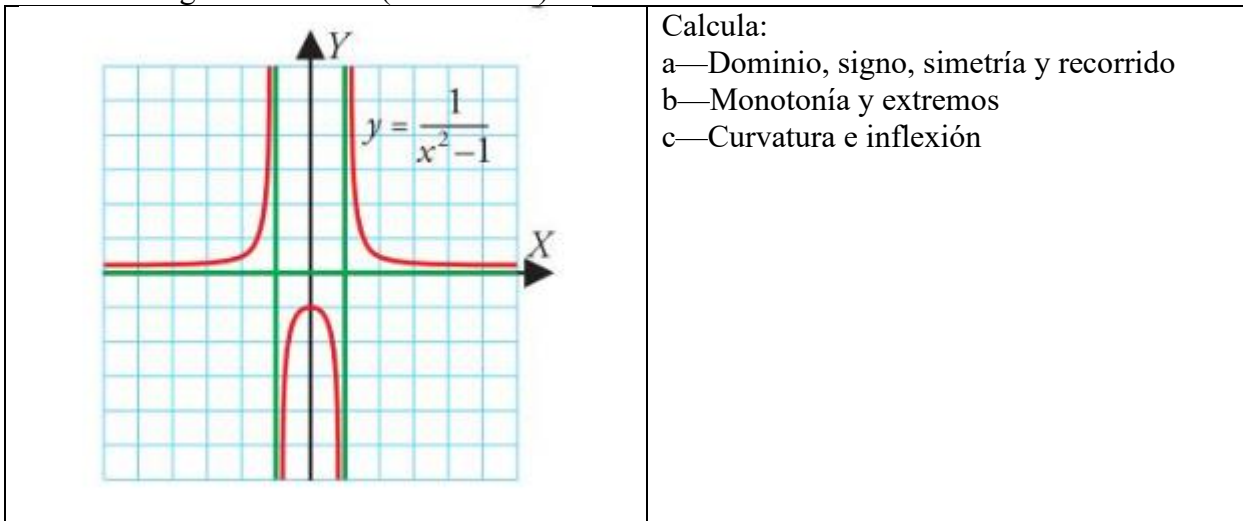
 Virlecha Antequera Curso 2024-2025	GRUPO 1ºB C	
	Tema 3 (Clasificación de funciones)	29/1/25
	NOMBRE	

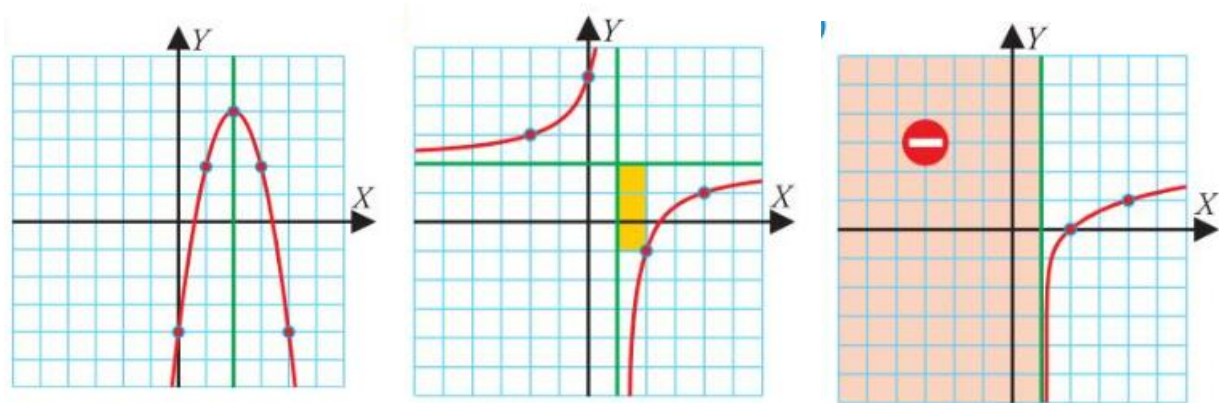
ACLARACIONES PREVIAS: ACLARACIONES PREVIAS: No se evaluará nada escrito en esta hoja. Poner el nombre en cada una de las hojas. Numerar las hojas. El examen debe hacerse a bolígrafo negro o azul, no evaluándose nada escrito a lápiz. Se permite la calculadora. El orden de realización es indiferente aunque todos los apartados del mismo ejercicio deben ir juntos. Tiempo: 55 minutos. **NUMERAR CADA CARILLA**

PUNTUACIÓN: La especificada

1—Dada la siguiente función(3 PUNTOS)



2—Obtén la expresión analítica de las funciones(1 PUNTO)



3—Dadas las funciones: $f(x) = \frac{2x+1}{x+3}$ $g(x) = 3x-5$ $h(x) = x^2 - 1$

Calcula: (2 PUNTOS) a) $f \circ g$ b) $f^{-1} \circ h$ c) $h \circ g$ d) $h^{-1} \circ f$ ($x \geq 0$)

4—Representa gráficamente la función: (2 PUNTOS)

$$f(x) = 1 + \operatorname{sen}\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$$

5—Representa gráficamente la función $f(x) = \cos 4x$ y estudia sus intervalos de monotonía y curvatura(2 PUNTOS)

REVOLUCIÓN FUNCIONES ELEMENTALES

①

a)

$$\text{Dom}(f) = (-\infty, -1) \cup (-1, 1) \cup (1, +\infty)$$

$$\text{Signo: } \begin{array}{l} f(x) > 0 \quad (-\infty, -1) \cup (1, +\infty) \\ f(x) < 0 \quad (-1, 1) \end{array}$$

simetría par

$$\text{Rango: } \text{Im}(f) = (-\infty, -1] \cup (0, +\infty)$$

b)

$$\left. \begin{array}{l} \text{Creciente } (-\infty, -1) \cup (-1, 0) \\ \text{Decreciente } (0, 1) \cup (1, +\infty) \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Max relativo} \\ \text{en } (0, -1) \end{array}$$

c)

$$\left. \begin{array}{l} \text{Convexa en } (-\infty, -1) \cup (1, +\infty) \\ \text{Cóncava en } (-1, 1) \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{No tiene} \\ \text{puntos inflexión.} \end{array}$$



②

a) Cuadrática: $c = -4$ $a = -2$

$$x_v = z = \frac{-b}{2(-2)} \Rightarrow z = \frac{-b}{-4} \Rightarrow b = 8$$

Así, la ecuación es: $f(x) = -2x^2 + 8x - 4$

b) Hiperbola: $k = -3$ Desplazamiento: $\begin{array}{l} 1 \rightarrow \\ 2 \uparrow \end{array}$

$$f(x) = \frac{-3}{x-1} + 2 = \frac{-3+2x-2}{x-1} = \frac{2x-5}{x-1}$$

c) logaritmo desplazado $1 \rightarrow$

$$f(x) = \log_3(x-1)$$

$$(3) \quad f(x) = \frac{2x+1}{x+3} \quad g(x) = 3x-5 \quad h(x) = x^2-1$$

Primero calculo las inversas que necesito:

$$(f^{-1}) \quad y = \frac{2x+1}{x+3} \rightarrow yx + 3y = 2x+1 \rightarrow yx - 2x = 1-3y$$

$$\rightarrow x(y-2) = 1-3y \rightarrow x = \frac{1-3y}{y-2} \rightarrow f^{-1}(x) = \frac{1-3x}{x-2}$$

$$(h^{-1}) \quad y = x^2-1 \rightarrow x^2 = y+1 \rightarrow x = \sqrt{y+1} \rightarrow h^{-1}(x) = \sqrt{x+1}$$

Mostrar luego la composición de ^(x>0) funciones:

$$a) \quad (f \circ g)(x) = f(g(x)) = f(3x-5) = \frac{2(3x-5)+1}{3x-5+3} = \frac{6x-9}{3x-2}$$

$$b) \quad (f^{-1} \circ h)(x) = f^{-1}(h(x)) = f^{-1}(x^2-1) = \frac{1-3(x^2-1)}{(x^2-1)-2} =$$

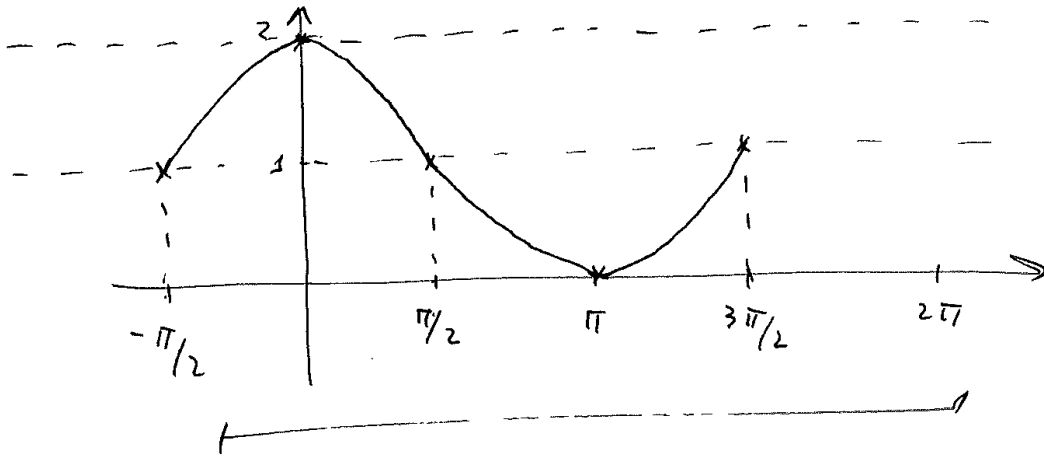
$$\frac{-3x^2+4}{x^2-3}$$

$$c) \quad (h^{-1} \circ f)(x) = h^{-1}(f(x)) = h^{-1}\left(\frac{2x+1}{x+3}\right) = \sqrt{\frac{2x+1}{x+3}+1} =$$

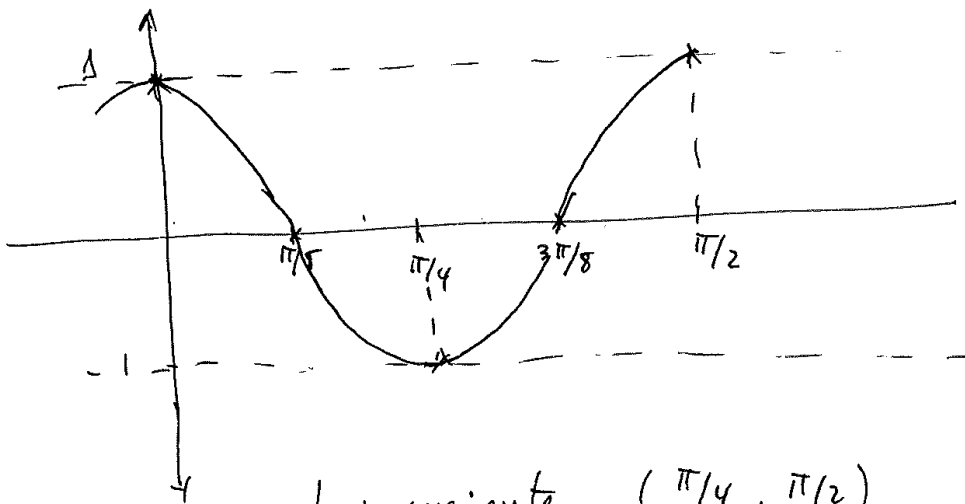
$$\sqrt{\frac{2x+1+x+3}{x+3}} = \sqrt{\frac{3x+4}{x+3}}$$

+

④ Desplazamos la función $f(x) = \cos x$ $\pi/2$ hacia la izquierda y 1 hacia arriba:



⑤ Se trata de la función seno con $T = \frac{2\pi}{4} = \pi/2$



$f(x)$ creciente $(\pi/4, \pi/2)$
 $f(x)$ decreciente $(0, \pi/4)$
 $f(x)$ convexa $(\pi/8, 3\pi/8)$
 $f(x)$ cóncava $(0, \pi/8) \cup (3\pi/8, \pi/2)$

