La Salle Virlecha Antequera Curso 2024-2025	***GRUPO 1º Bto***	
	Tema 4	*7/3/25*
	NOMBRE	

ACLARACIONES PREVIAS: ACLARACIONES PREVIAS: No se evaluará nada escrito en esta hoja. Poner el nombre en cada una de las hojas. Numerar las hojas. El examen debe hacerse a bolígrafo negro o azul, no evaluándose nada escrito a lápiz. Se permite la calculadora. El orden de realización es indiferente aunque todos los apartados del mismo ejercicio deben ir juntos. Tiempo: 55 minutos.

PUNTUACIÓN: Todos los problemas valen dos puntos excepto el primero que vale 4
CE : 1.2, 5.1, 5.2, 6.1

1—Estudia las asíntotas de la función ***(2 puntos):*** $f(x) = \frac{2x^2-11}{x-3}$

2—Estudia las asíntotas de la función ***(2 puntos):*** $f(x) = \frac{x+2}{x^2-1}$

3—Halla el valor de n para que la siguiente función sea continua en todo R: (1 punto)

$$f(x)= \begin{cases} x^2 - 3 & \text{si } x \leq 2 \\ 2x+n & \text{si } 2 < x \end{cases}$$

4—Calcula los siguientes límites: ***(1 punto cada uno):***

a. $\lim\limits_{x \to -2} \frac{x+2}{3x^2+12x+12}$

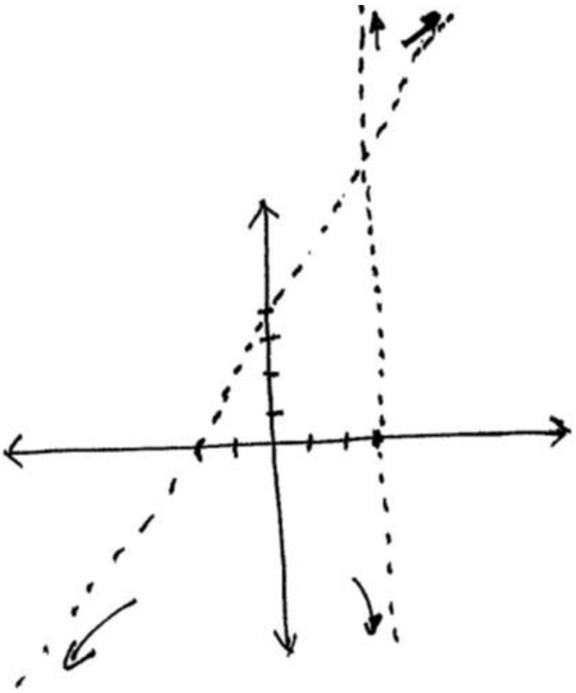
b. $\lim\limits_{x \to \infty} \left(\frac{x^2}{x+1} - \frac{2x^2+3x-3}{x+5}\right)$

c. $\lim\limits_{x \to \infty} \left(\sqrt{x^2+2x-1} - \sqrt{x^2+x-3}\right)$

5—Estudia la continuidad y representa gráficamente la función ***(2 punto2):***

$$f(x)= \begin{cases} x^2 +2 & \text{si } x \leq 0 \\ \log_2 x & \text{si } 0 < x \leq 2 \\ 2x-3 & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

Resolución



1)

$$f(x) = \frac{2x^2-11}{x-3}$$

A. Vertical:

$x-3=0 \rightarrow \boxed{x=3}$ → Ecuación

$$\lim_{x\to 3^-} \frac{2x^2-11}{x-3} = \left[\frac{7}{-0}\right] = -\infty$$

$$\lim_{x\to 3^+} \frac{2x^2-11}{x-3} = \left[\frac{7}{+0}\right] = +\infty$$

A. Oblicua:

$$\lim_{x\to\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x\to\infty} \frac{2x^2-11}{x^2-3x} = 2 = m$$

$$n = \lim_{x\to\infty} f(x) - mx = \lim_{x\to\infty} \frac{2x^2-11}{x-3} - 2x = \lim_{x\to\infty} \frac{2x^2-11-2x^2+6x}{x-3} = \boxed{6}$$

Ecuación asíntota: $\boxed{y = 2x+6}$ ← Ecuación asíntota.

x	$2x+4$
0	4
-2	0

	$\frac{2x^2-11}{x-3}$	$2x+6$
100	206'07	206
1000	2006'007	2006
-100	-194'07	-194
-1000	-1994'007	-1994

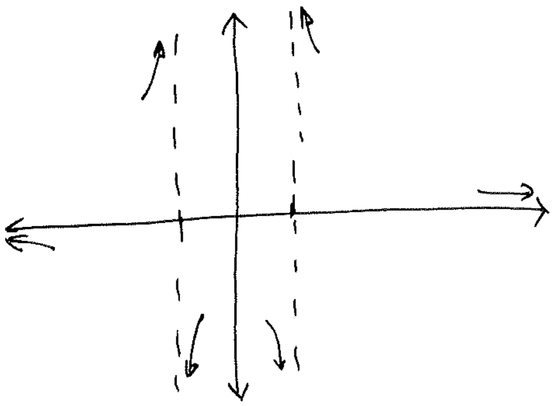
} En $+\infty$ → por arriba

} En $-\infty$ por abajo.

A. Horizontal: No tiene (por tener oblicua)

(2) $f(x) = \dfrac{x+2}{x^2-1}$

A. Horizontal: $\boxed{y=0}$ Ecuación



$\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x+2}{x^2+1} = 0$

$\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{x+2}{x^2+1} = \lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{-x+2}{x^2+1} = 0$

	$\frac{x+2}{x^2+1}$	$y=0$
100	0'0102	0
1000	0'001	0
-100	-0'009..	0
-1000	-0'0009	0

En $+\infty$ Por arriba

En $-\infty$ Por abajo

A. Verticales:

$x^2-1=0 \to x=\pm 1$ $\boxed{x=-1}$

$\lim\limits_{x\to-1^-} \dfrac{x+2}{x^2-1} = \left[\dfrac{1}{+0}\right] = +\infty$

$\lim\limits_{x\to-1^+} \dfrac{x+1}{x^2-1} = \left[\dfrac{1}{-0}\right] = -\infty$

Ecuaciones asíntotas.

$\boxed{x=1}$

$\lim\limits_{x\to1^-} \dfrac{x+2}{x^2-1} = \left[\dfrac{3}{-0}\right] = -\infty$

$\lim\limits_{x\to1^+} \dfrac{x+2}{x^2-1} = \left[\dfrac{3}{+0}\right] = +\infty$

(3) Si $x<2$ $f(x)$ es continua por ser polinómica.

Si $x>2$ " " " " " "

Si $x=2$: $\lim\limits_{x\to2^-} f(x) = \lim\limits_{x\to2} x^2-3 = 2^2-3 = 1$

$\lim\limits_{x\to2^+} f(x) = \lim\limits_{x\to2} 2x+n = 4+n$

$1 = 4+n \Rightarrow \boxed{n=-3}$

(4) a) $\lim_{x\to -2} \frac{x+2}{3(x^2+4x+4)} = \left[\frac{0}{0}\right] = \lim_{x\to -2} \frac{x+2}{3(x+2)^2} =$

$\lim_{x\to -2} \frac{1}{3(x+2)} = \left[\frac{1}{0}\right]$

$$\left[\begin{array}{l} \lim_{x\to -2^-} \frac{1}{3(x+2)} = \left[\frac{1}{-0}\right] = -\infty \\ \lim_{x\to -2^+} \frac{1}{3(x+2)} = \left[\frac{1}{+0}\right] = +\infty \end{array}\right]$$

b) $\lim_{x\to\infty} \left(\frac{x^2}{x+1} - \frac{2x^2+3x-3}{x+5}\right) = [\infty - \infty] = \lim_{x\to\infty} \frac{x^2(x+5)-(x+1)(2x^2+3x-3)}{(x+1)(x+5)}$

$= \lim_{x\to\infty} \frac{x^3+5x^2-2x^3-3x^2+3x-2x^2-3x+3}{x^2+5x+x+5} =$

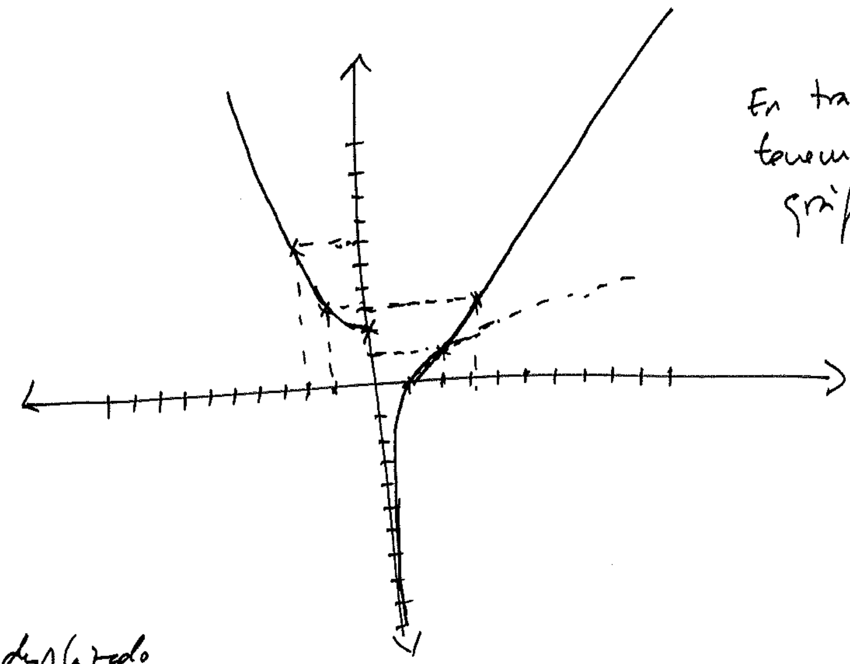
$\lim_{x\to\infty} \frac{-x^3+3}{x^2+6x+5} = \boxed{-\infty}$

c) $\lim_{x\to\infty} \frac{\left(\sqrt{x^2+2x-1} - \sqrt{x^2+x-3}\right)\left(\sqrt{x^2+2x-1} + \sqrt{x^2+x-3}\right)}{\left(\sqrt{x^2+2x-1} + \sqrt{x^2+x-3}\right)} =$

$\lim_{x\to\infty} \frac{x^2+2x-1-x^2-x+3}{\sqrt{x^2+2x-1} + \sqrt{x^2+x-3}} = \lim_{x\to\infty} \frac{x-2}{\sqrt{x^2+2x-1} + \sqrt{x^2+x-3}} =$

$\lim_{x\to\infty} \frac{x-2}{\sqrt{x^2} + \sqrt{x^2}} = \lim_{x\to\infty} \frac{x-2}{2x} = \boxed{\frac{1}{2}}$

(5)



En trazo continuo tenemos la gráfica.

cuadrática
↓
$x^2+2 \to x^2$ desplazado 2 posiciones hacia arriba

x	$\log_2 x$
1	0
2	1

↘ logarítmica (1,0) (2,1)

0	2x−3
2	1
3	3

↘ lineal (2 puntos cualesquiera)

Estudiamos ahora la continuidad:

Si $x<0 \to$ Continua por ser polinómica.

Si $x=0$: $\lim_{x\to 0^-} f(x) = \lim_{x\to 0} x^2+2 = 2$

$\lim_{x\to 0^+} f(x) = \lim_{x\to 0^+} \log_2 x = -\infty$

Discontinuidad salto infinito en $x=0$

Si $0<x<2 \to$ Continua por ser logarítmica.

Si $x=2$: $\lim_{x\to 2^-} f(x) = \lim_{x\to 2} \log_2 x = 1$

$\lim_{x\to 2^+} f(x) = \lim_{x\to 2} 2x-3 = 1$

$\lim_{x\to 2} f(x) = 1$

$f(2) = 1$

$\boxed{\text{Continua en } x=2}$

Si $x>2 \to$ Continua por ser polinómica.

$\boxed{\text{CONCLUSIÓN: Continua en } \mathbb{R}-\{0\} \text{ donde tiene discont. salto } \infty.}$