 Virlecha Antequera Curso 2024-2025	<b>GRUPO 1º Bto</b>	
	Tema 4	7/3/25
	NOMBRE	
<p><b>ACLARACIONES PREVIAS: ACLARACIONES PREVIAS:</b> No se evaluará nada escrito en esta hoja. Poner el nombre en cada una de las hojas. Numerar las hojas. El examen debe hacerse a bolígrafo negro o azul, no evaluándose nada escrito a lápiz. Se permite la calculadora. El orden de realización es indiferente aunque todos los apartados del mismo ejercicio deben ir juntos. Tiempo: 55 minutos.</p> <p><b>PUNTUACIÓN:</b> Todos los problemas valen dos puntos excepto el primero que vale 4  CE : 1.2, 5.1, 5.2, 6.1</p>		

1—Estudia las asíntotas de la función (2 puntos):  $f(x) = \frac{2x^2 - 11}{x - 3}$

2—Estudia las asíntotas de la función (2 puntos):  $f(x) = \frac{x + 2}{x^2 - 1}$

3—Halla el valor de n para que la siguiente función sea continua en todo R: (1 punto)

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 3 & \text{si } x \leq 2 \\ 2x + n & \text{si } 2 < x \end{cases}$$

4—Calcula los siguientes límites: (1 punto cada uno):

a.  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x + 2}{3x^2 + 12x + 12}$

b.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^2}{x + 1} - \frac{2x^2 + 3x - 3}{x + 5} \right)$

c.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \sqrt{x^2 + 2x - 1} - \sqrt{x^2 + x - 3} \right)$

5—Estudia la continuidad y representa gráficamente la función (2 punto2):

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 2 & \text{si } x \leq 0 \\ \log_2 x & \text{si } 0 < x \leq 2 \\ 2x - 3 & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

REVISIÓN

①

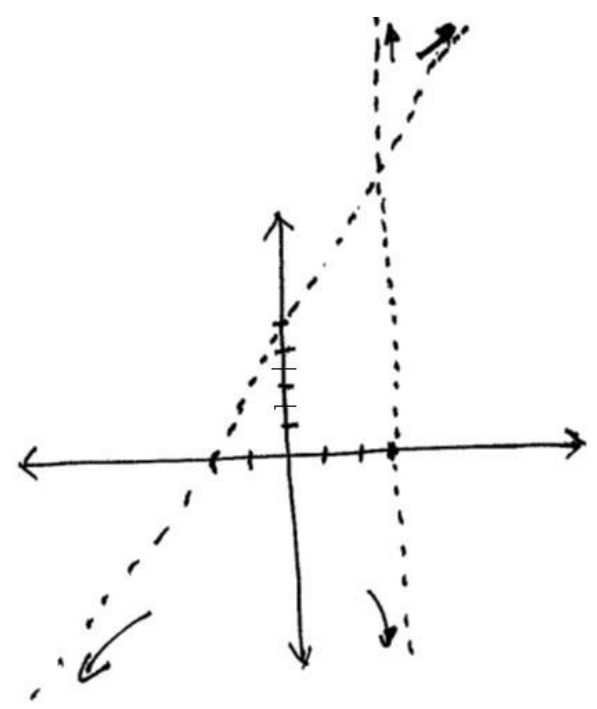
$$f(x) = \frac{2x^2 - 11}{x - 3}$$

A. Vertical:

→ Ecuación  
 $x - 3 = 0 \rightarrow \boxed{x = 3}$

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{2x^2 - 11}{x - 3} = \left[ \frac{7}{-0} \right] = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{2x^2 - 11}{x - 3} = \left[ \frac{7}{+0} \right] = +\infty$$



A. Oblicua:  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 11}{x^2 - 3x} = 2 = m$

$$[n] = \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) - mx = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 11}{x - 3} - 2x = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 11 - 2x^2 + 6x}{x - 3} = \underline{\underline{6}}$$

Ecuación aritmética:

$$\boxed{y = 2x + 6}$$

$x$	$2x + 6$
0	6
-2	0

	$\frac{2x^2 - 11}{x - 3}$	$2x + 6$	
100	206'07	206	}
1000	2006'007	2006	
-100	-194'07	-194	}
-1000	-1994'007	-1994	

$\left. \begin{matrix} \infty \\ \text{por arriba} \end{matrix} \right\}$

$\left. \begin{matrix} \infty \\ \text{por abajo} \end{matrix} \right\}$

A. Horizontal: No tiene (por tener oblicua)

②

$$f(x) = \frac{x+2}{x^2-1}$$

Equación

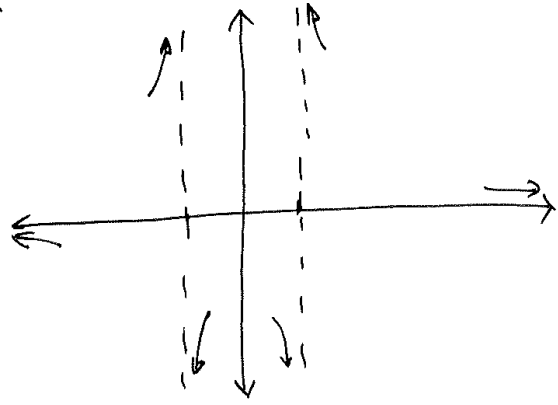
A. Horizontal:  $y=0$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+2}{x^2+1} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x+2}{x^2+1} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-x+2}{x^2+1} = 0$$

	$\frac{x+2}{x^2+1}$	$y=0$
100	0.0102	0
1000	0.001	0
-100	-0.0099	0
-1000	-0.0009	0

} En  $+\infty$   
Por arriba  
En  $-\infty$   
Por abajo



A. Verticales:

$$x^2-1=0 \rightarrow x=\pm 1$$

$$x=-1$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{x+2}{x^2-1} = \left[ \frac{1}{+0} \right] = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{x+1}{x^2-1} = \left[ \frac{1}{-0} \right] = -\infty$$

Equacions  
asintotes.

$$x=1$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x+2}{x^2-1} = \left[ \frac{3}{-0} \right] = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x+2}{x^2-1} = \left[ \frac{3}{+0} \right] = +\infty$$

③

L:  $x < 2$   $f(x)$  es continua per ser polinomial.  
S:  $x > 2$  " " " " " " " "

$$S: x=2: \left. \begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 2} x^2-3 = 2^2-3 = 1 \\ \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 2} 2x+n = 4+n \end{aligned} \right\}$$

$$1 = 4+n \Rightarrow n = -3$$

$$\textcircled{4} \quad a) \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x+2}{3(x^2+4x+4)} = \left[ \frac{0}{0} \right] = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x+2}{3(x+2)^2} =$$

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{1}{3(x+2)} = \left[ \frac{1}{0} \right]$$

$$\left[ \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{1}{3(x+2)} = \left[ \frac{1}{-0} \right] = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{1}{3(x+2)} = \left[ \frac{1}{+0} \right] = +\infty \end{array} \right]$$

$$b) \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^2}{x+1} - \frac{2x^2+3x-3}{x+5} \right) = [\infty - \infty] = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2(x+5) - (x+1)(2x^2+3x-3)}{(x+1)(x+5)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 + 5x^2 - 2x^3 - 3x^2 + 3x - 2x^2 - 3x + 3}{x^2 + 6x + 5} =$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-x^3 + 3}{x^2 + 6x + 5} = \boxed{-\infty}$$

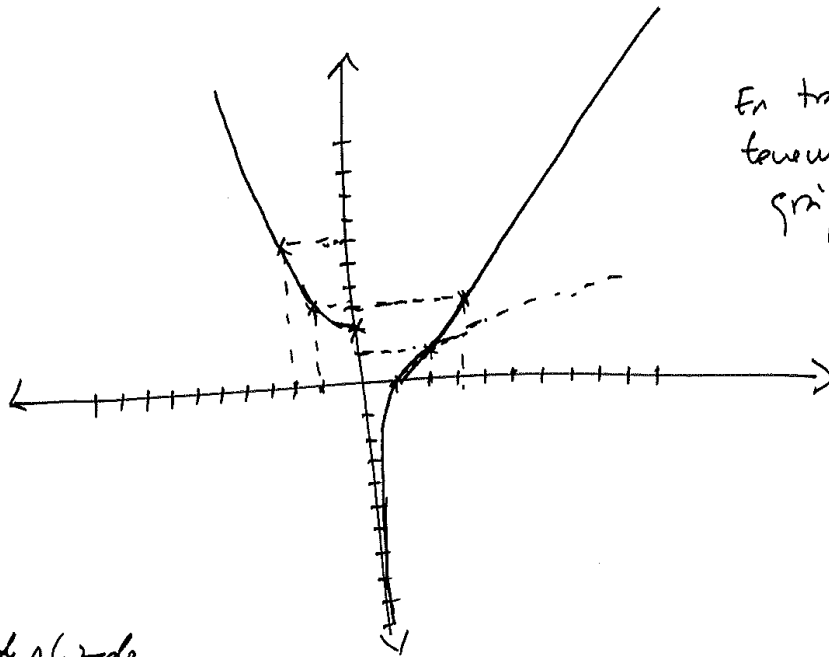
$$c) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(\sqrt{x^2+2x-1} - \sqrt{x^2+x-3})(\sqrt{x^2+2x-1} + \sqrt{x^2+x-3})}{(\sqrt{x^2+2x-1} + \sqrt{x^2+x-3})} =$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2+2x-1 - x^2-x+3}{\sqrt{x^2+2x-1} + \sqrt{x^2+x-3}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x-2}{\sqrt{x^2+2x-1} + \sqrt{x^2+x-3}} =$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x-2}{\sqrt{x^2} + \sqrt{x^2}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x-2}{2x} = \boxed{\frac{1}{2}}$$

—————

(5)



En todo continuo  
tenemos la  
gráfica.

cuadrática.

$x^2 + 2 \rightarrow x^2$  desplazado  
2 posiciones hacia arriba

x	$\log_2 x$
1	0
2	1

logarítmica  
(1,0)  
(2,1)

0	$2x-3$
2	1
3	3

lineal (2 puntos cualesquiera)

Estudiamos ahora la continuidad:

Si  $x < 0 \rightarrow$  continua por ser polinómica

Si  $x = 0^-$ :  $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} x^2 + 2 = 2$

$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \log_2 x = -\infty$

Discontinuidad  
salto infinito  
en  $x = 0$

Si  $0 < x < 2 \rightarrow$  continua por ser logarítmica.

Si  $x = 2^-$ :  $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} \log_2 x = 1$

$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} 2x - 3 = 1$

$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 1$   
 $f(2) = 1$   
continua en  $x = 2$

Si  $x > 2 \rightarrow$  continua por ser polinómica.

CONCLUSIÓN: continua en  $\mathbb{R} - \{0\}$  dando lugar a discontin. salto  $\infty$ .