La Salle Virlecha - Antequera Departamento de Ciencias Curso 2024-2025	**Matemáticas 1** *(1º B y C)*		
	2ª Evaluación	Rec2	28 de marzo de 2025
	NOMBRE:		

ACLARACIONES PREVIAS: No se evaluará nada escrito en esta hoja. Poner el nombre en cada una de las hojas. Numerar las hojas. El examen debe hacerse a bolígrafo negro o azul, no evaluándose nada escrito a lápiz. Se permite la calculadora. El orden de realización es indiferente aunque todos los apartados del mismo ejercicio deben ir juntos. Tiempo: 60 min. NUMERAR LAS CARILLAS. HOJAS TAMAÑO A4

PUNTUACIÓN: 2 puntos cada problema. CE: 1.2 3.2 5.1 5.2 6.1 7.1 7.2

1--Dada la función:

$$f(x)=\begin{cases} 3^{x} & \text{si} \quad x \le 1 \\ 3x+n & \text{si} \quad x > 1 \end{cases}$$

Halla el valor de n para que sea continua en ***R***, y represéntala gráficamente para este valor encontrado.

2—Calcula los siguientes límites en los puntos que se indican:

a) $\lim\limits_{x\to 1}\left(\frac{x-1}{x^2-1}\right)$

b) $\lim\limits_{x\to +\infty}\left(\frac{2x^2-1}{2x}-\frac{x^2-x+3}{x}\right)$

c) $\lim\limits_{x\to 3}\left(\frac{2x^2-11x+15}{x^2-6x+9}\right)$

d) $\lim\limits_{x\to \infty}\left(\sqrt{x^2+2x}-x\right)$

3--

Dadas las funciones:

$$f(x)=\frac{x+2}{2x-2} \qquad g(x) = 3x + 24 \qquad h(x)= \tan x$$

Obtén:

a) f^{-1} b) f o h c) h of d) $(g \circ f)^{-1}$

4-- Estudia las asíntotas de la función $g(x)=\frac{x^2-1}{2x}$

5-- Calcula la función derivada: a) $f(x)=\frac{xln}{x^2+lnx}$ b) $g(x)=\frac{x^3\sqrt[4]{x2}}{\sqrt[5]{x^3}}+5x\sqrt{x}$

(1)

$x<1 \rightarrow$ Continua por ser exponencial

$x>1 \rightarrow$ Continua por ser polinómica

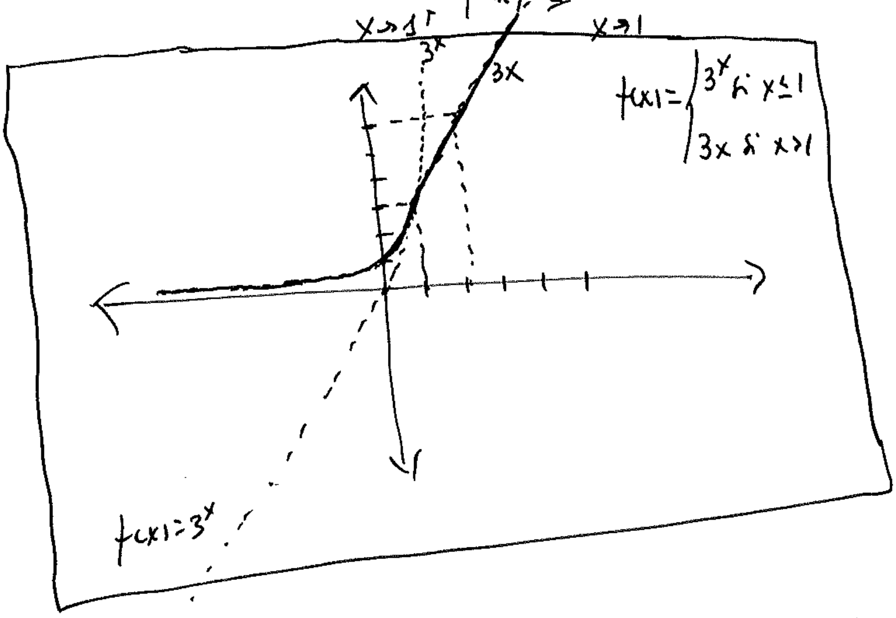
$x=1$

$\lim\limits_{x\to 1^-} f(x) = \lim\limits_{x\to 1} 3^x = 3^1 = 3$

$\lim\limits_{x\to 1^+} f(x) = \lim\limits_{x\to 1} 3x+n = 3+n$

$3 = 3+n \Rightarrow \boxed{n=0}$

$f(1) = 3^1 = 3 = \lim\limits_{x\to 1} f(x)$



(2)

a) $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{x-1}{x^2-1} = \left[\dfrac{0}{0}\right] = \lim\limits_{x\to 1} \dfrac{x-1}{(x+1)(x-1)} = \lim\limits_{x\to 1} \dfrac{1}{x+1} = \boxed{\dfrac{1}{2}}$

b) $\lim\limits_{x\to \infty} \left(\dfrac{2x^2-1}{2x} - \dfrac{x^2-x+3}{x}\right) = [\infty - \infty] = \lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{2x^2-1-(2x^2-2x+6)}{2x}$

$= \lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{2x-7}{2x} = \boxed{1}$

c) $\lim\limits_{x\to 3} \dfrac{2x^2-11x+15}{x^2-6x+9} = \left[\dfrac{0}{0}\right] = \lim\limits_{x\to 3} \dfrac{2(x-3)(x-5/2)}{(x-3)^2}$

$2x^2-11x+15=0 \rightarrow x = \dfrac{11\pm\sqrt{121-120}}{4} = \dfrac{11\pm 1}{4} \nearrow 3 \searrow \dfrac{5}{2}$; $x^2-6x+9 = (x-3)^2$

$$= \lim_{x \to 3} \frac{2(x-5/2)}{x-3} = \lim_{x \to 3} \frac{2x-5}{x-3} = \left[\frac{1}{0}\right]$$

$$\lim_{x \to 3^-} \frac{2x-5}{x-3} = \left[\frac{1}{-0}\right] = -\infty$$

$$\lim_{x \to 3^+} \frac{2x-5}{x-3} = \left[\frac{1}{+0}\right] = +\infty$$

d) $$\lim_{x \to \infty} \left(\sqrt{x^2+2x} - x\right) = [\infty - \infty] = \lim_{x \to \infty} \frac{x^2+2x-x^2}{\sqrt{x^2+2x}+x} =$$

$$\lim_{x \to \infty} \frac{2x}{\sqrt{x^2+2x}+x} = \lim_{x \to \infty} \frac{2x}{x+x} = \lim_{x \to \infty} \frac{2x}{2x} = \boxed{1}$$

(3)

a) $y = \frac{x+2}{2x-2} \Rightarrow 2xy - 2y = x+2 \Rightarrow 2xy - x = 2y+2$

$x(2y-1) = 2y+2 \Rightarrow x = \frac{2y+2}{2y-1} \Rightarrow \boxed{f^{-1}(x) = \frac{2x+2}{2x-1}}$

b) $(f \circ h)(x) = f(h(x)) = f(\operatorname{tg} x) = \boxed{\frac{2+\operatorname{tg} x}{2\operatorname{tg} x - 2}}$

c) $(h \circ f)(x) = h(f(x)) = h\left(\frac{x+2}{2x-2}\right) = \boxed{\operatorname{tg}\left(\frac{x+2}{2x-2}\right)}$

d) $(g \circ f)(x) = g(f(x)) = g\left(\frac{x+2}{2x-2}\right) = 3\,\frac{x+2}{2x-2} + 24 =$

$\frac{3x+6+48x-48}{2x-2} = \frac{51x-42}{2x-2}$. Ahora calculamos la inversa:

$$y = \frac{51x-42}{2x-2} \Rightarrow 2xy - 2y = 51x - 42 \Rightarrow$$

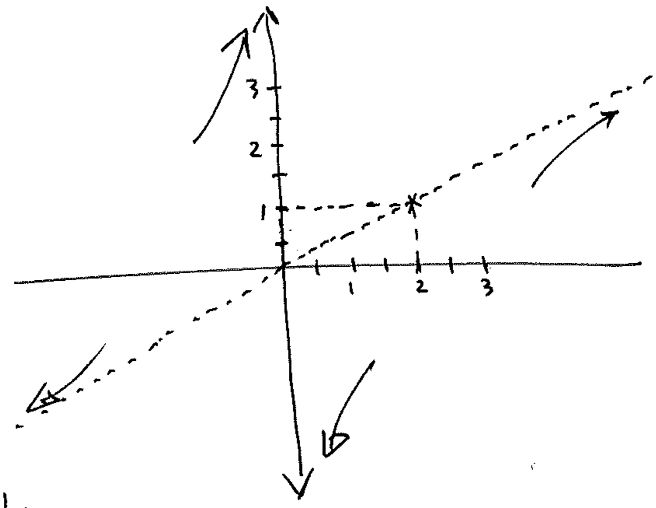
$$2xy - 51x = 2y - 42 \Rightarrow x(2y-51) = 2y-42$$

$$\Rightarrow x = \frac{2y-42}{2y-51} \Rightarrow \boxed{(g\circ f)^{-1} = \frac{2x-42}{2x-51}}$$

(4) A. Vertical: $2x = 0 \Rightarrow \boxed{x = 0}$

$$\lim_{x\to 0^-} \frac{x^2-1}{2x} = \left[\frac{-1}{-0}\right] = +\infty$$

$$\lim_{x\to 0^+} \frac{x^2-1}{2x} = \left[\frac{-1}{+0}\right] = -\infty$$



A. Oblicua

$$m = \lim_{x\to\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x\to\infty} \frac{x^2-1}{2x^2} = \frac{1}{2}$$

$$n = \lim_{x\to\infty} f(x) - mx = \lim_{x\to\infty} \frac{x^2-1}{2x} - \frac{1}{2}x$$

$$= \lim_{x\to\infty} \frac{x^2-1-x^2}{2x} = \lim_{x\to\infty} \frac{-1}{2x} = 0$$

Así, tenemos asíntota oblicua en $\boxed{y = \frac{1}{2}x}$ $\quad \frac{0}{2} \Big| \frac{0}{1}$

	$\frac{x^2-1}{2x}$	$\frac{1}{2}x$
100	49'99	50
1000	499'99	500
-100	-49'99	-50
-1000	-499'99	-500

} Por debajo en $+\infty$ (100, 1000)

} Por arriba en $-\infty$ (-100, -1000)

5

a) $$\left(\frac{x\ln x}{x^2+\ln x}\right)' = \frac{(x\ln x)'(x^2+\ln x) - x\ln x(x^2+\ln x)}{(x^2+\ln x)^2} =$$

$$(x\ln x)' = \ln x + x\cdot\frac{1}{x} = 1+\ln x$$
$$(x^2+\ln x)' = 2x+\frac{1}{x}$$

$$\frac{(1+\ln x)(x^2+\ln x) - (x\ln x)(2x+\frac{1}{x})}{(x^2+\ln x)^2} =$$

$$\frac{x^2+\ln x + x^2\ln x + \ln^2 x - 2x^2\ln x - \ln x}{(x^2+\ln x)^2}$$

$$= \boxed{\frac{x^2 - x^2\ln x + \ln^2 x}{(x^2+\ln x)^2}}$$

b) $$\frac{x^3\sqrt[4]{x^2}}{\sqrt[5]{x^3}} + 5x\sqrt{x} = \frac{x^3\cdot x^{1/2}}{x^{3/5}} + 5x\,x^{1/2} =$$

$x^{\frac{29}{10}} + 5x^{3/2}$ y ahora hago la derivada:

$$\left(x^{\frac{29}{10}}+5x^{3/2}\right)' = \frac{29}{10}x^{\frac{19}{10}} + 5\cdot\frac{3}{2}\,x^{\frac{1}{2}} = \boxed{\frac{29}{10}\sqrt[10]{x^{19}} + \frac{15}{2}\sqrt{x}}$$