

|                                                                                                                                  |                    |                |                     |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------|----------------|---------------------|
| <br>Departamento de Ciencias<br>Curso 2024-2025 | Matemáticas 1 1ºBC |                |                     |
|                                                                                                                                  | 3ª Evaluación      | Tema Derivadas | 25 de abril de 2025 |
|                                                                                                                                  | NOMBRE:            |                |                     |

**ACLARACIONES PREVIAS:** No se evaluará nada escrito en esta hoja. Poner el nombre en cada una de las hojas. Numerar las hojas. El examen debe hacerse a bolígrafo negro o azul, no evaluándose nada escrito a lápiz. Se permite la calculadora. El orden de realización es indiferente aunque todos los apartados de mismo ejercicio deben ir juntos. Tiempo: 55 minutos. NUMERAR LAS CARILLAS

**PUNTUACIÓN:** El ejercicio 9 vale dos puntos; los demás, un punto cada uno

CE:5.1, 5.2, 6.2, 7.2, 8.1, 8.2, 9.1, 9.2

Calcula la función derivada de cada una de las siguientes funciones, simplificando cuando sea posible:

1.  $f(x) = tg\left(\frac{x+1}{x-2}\right)$

2.  $f(x) = \ln^2 x^2$

3.  $f(x) = \frac{x+\ln x}{x-\cos x}$

4.  $f(x) = \sec 3x$

5.  $f(x) = e^{\sqrt{x^2+3}}$

6.  $f(x) = \cos^2 x^3$

7.  $f(x) = x^3 3^x$

8.  $f(x) = \arctan(\operatorname{sen} x^3)$

9. Calcula las dos primeras derivadas de:  $f(x) = \frac{x^2-1}{x+2}$

# RESOLUCIÓN

$$\textcircled{1} \left[ \tan^{-1} \left( \frac{x+1}{x-2} \right) \right]' = \sec^2 \left( \frac{x+1}{x-2} \right) \left( \frac{x+1}{x-2} \right)' = \left[ \frac{-3}{(x-2)^2} \sec^2 \left( \frac{x+1}{x-2} \right) \right]$$

$$\left( \frac{x+1}{x-2} \right)' = \frac{x-2-(x+1)}{(x-2)^2} = \frac{-3}{(x-2)^2}$$

$$\textcircled{2} (\ln^2 x^2)' = 2 \ln x^2 \cdot (\ln x^2)' = 2 \ln x^2 \cdot \frac{2x}{x^2} = \left[ \frac{4 \ln x^2}{x} \right]$$

$$\textcircled{3} \left( \frac{x + \ln x}{x - \cos x} \right)' = \frac{\left(1 + \frac{1}{x}\right)(x - \cos x) - (x + \ln x)(1 + \sin x)}{(x - \cos x)^2} =$$

$$\frac{x - \cos x + 1 - \frac{\cos x}{x} - x - x \sin x - \ln x - \ln x \sin x}{(x - \cos x)^2} =$$

$$\frac{\cancel{x^2} - x \cos x + x - \cos x - \cancel{x^2} - x^2 \sin x - x \ln x - x \ln x \sin x}{x(x - \cos x)^2}$$

$$= \left[ \frac{-x \cos x + x - \cos x - x^2 \sin x - x \ln x - x \ln x \sin x}{x(x - \cos x)^2} \right]$$

$$\textcircled{4} (\sec 3x)' = (\cos^{-1}(3x))' = -\cos^{-2}(3x) \cdot (-\sin 3x) \cdot 3 =$$

$$\frac{3 \sin 3x}{\cos^2 3x} = \left[ 3 \tan 3x \sec 3x \right]$$

$$(5) (e^{\sqrt{x^2+3}})' = e^{\sqrt{x^2+3}} \cdot \frac{2x}{2\sqrt{x^2+3}} = \boxed{\frac{x e^{\sqrt{x^2+3}}}{\sqrt{x^2+3}}}$$

$$(6) (\cos^2 x^3)' = 2 \cos x^3 \cdot (\cos x^3)' = 2 \cos x^3 \cdot (-\sin x^3) \cdot 3x^2 = \boxed{-6x^2 \sin x^3 \cos x^3}$$

$$(7) (x^3 3^x)' = 3x^2 \cdot 3^x + x^3 \cdot 3^x \cdot \ln 3 = \boxed{x^2 \cdot 3^{x+1} + x^3 \cdot 3^x \ln 3}$$

$$(8) (\arctg(\sin x^3))' = \boxed{\frac{3x^2 \cos x^3}{1 + \sin^2 x^3}}$$

$$(9) f'(x) = \left( \frac{x^2-1}{x+2} \right)' = \frac{2x(x+2) - (x^2-1)}{(x+2)^2} = \frac{2x^2+4x-x^2+1}{(x+2)^2} = \boxed{\frac{x^2+4x+1}{(x+2)^2}}$$

$$f''(x) = \left( \frac{x^2+4x+1}{(x+2)^2} \right)' = \frac{(2x+4)(x+2)^2 - (x^2+4x+1) \cdot 2(x+2)}{(x+2)^4} = \frac{(2x+4)(x+2) - 2(x^2+4x+1)}{(x+2)^3}$$

$$= \frac{\cancel{2x^2}+4x+\cancel{4x}+8-\cancel{2x^2}-8x-2}{(x+2)^3} = \boxed{\frac{6}{(x+2)^3}}$$