La Salle Virlecha - Antequera Departamento de Ciencias Curso 2024-2025	**Matemáticas 1 1ºBC**	
	Ordinaria	20 junio de 2025
	NOMBRE:	

ACLARACIONES PREVIAS: No se evaluará nada escrito en esta hoja. Poner el nombre en cada una de las hojas. Numerar las hojas. El examen debe hacerse a bolígrafo negro o azul, no evaluándose nada escrito a lápiz. Se permite la calculadora. El orden de realización es indiferente, aunque todos los apartados del mismo ejercicio deben ir juntos. Tiempo: 90 minutos.

PUNTUACIÓN: La especificada

Calcula la función derivada de cada una de las siguientes funciones, simplificando cuando sea posible (**1 punto cada una**)

1. $f(x) = sen^3 \sqrt{4x^3}$
2. $f(x) = arc\ tan(3\,x^2)$
3. $f(x) = ln \frac{1}{\sqrt[4]{3-2x^2}}$
4. $f(x) = \sqrt[3]{\frac{2x^4}{2x^2-1}}$

5. Resuelve por Gauss (**2 puntos**)

$$\left.\begin{array}{l} x - y + 3z = 4 \\ 2x - y - z = 6 \\ 3x - 2y + 2z = 10 \end{array}\right\}$$

6. Calcula los siguientes límites (**1 punto cada uno**)

a) $\lim_{x\to\infty} (\sqrt{x^2+7x} - \sqrt{x^2+3x})$

b) $\lim_{x\to 3} \frac{x^2-x-6}{x^2-6x+9}$

7. Dada la función: $f(x) = \frac{x^2+1}{x}$, calcula (**2 puntos**):
Curvatura, puntos de inflexión y asíntotas

RESOLUCIÓN ORDINARIA 25

① $\left(\operatorname{sen}^3\sqrt{4x^3}\right)' = 3\operatorname{sen}^2\sqrt{4x^3}\cdot\cos\sqrt{4x^3}\cdot\dfrac{12x^2}{2\sqrt{4x^3}} =$

$$\boxed{\frac{18\operatorname{sen}^2\sqrt{4x^3}\cos\sqrt{4x^3}\cdot x^2}{\sqrt{4x^3}}}$$

② $\left(\operatorname{arctan}(3x^2)\right)' = \dfrac{6x}{1+(3x^2)^2} = \boxed{\dfrac{6x}{1+9x^4}}$

③ $\left(\ln\dfrac{1}{\sqrt[4]{3-2x^2}}\right)' = \left(\ln(3-2x^2)^{-1/4}\right)' = \left(-\dfrac{1}{4}\ln(3-2x^2)\right)'$

$= \left(-\dfrac{1}{4}\right)\cdot\left(\dfrac{-4x}{3-2x^2}\right) = \boxed{\dfrac{x}{3-2x^2}}$

④ $\left(\sqrt[3]{\dfrac{2x^4}{2x^2-1}}\right)' = \left[\left(\dfrac{2x^4}{2x^2-1}\right)^{1/3}\right]' = \dfrac{1}{3}\left(\dfrac{2x^4}{2x^2-1}\right)^{-2/3}\cdot\left(\dfrac{2x^4}{2x^2-1}\right)' =$

$\left(\dfrac{2x^4}{2x^2-1}\right)' = \dfrac{8x^3(2x^2-1)-2x^4\cdot 4x}{(2x^2-1)^2} =$

$\dfrac{16x^5-8x^3-8x^5}{(2x^2-1)^2} = \dfrac{8x^5-8x^3}{(2x^2-1)^2}$

$= \dfrac{1}{3}\left(\dfrac{2x^4}{2x^2-1}\right)^{-2/3}\cdot\dfrac{8x^5-8x^3}{(2x^2-1)^2} =$

$$\boxed{\frac{8x^5-8x^3}{3\cdot(2x^2-1)^2}\sqrt[3]{\left(\frac{2x^2-1}{2x^4}\right)^2}}$$

No es necesario introducir $(2x^2-1)$ dentro de la raíz

(5)

$$\left.\begin{array}{l} x-y+3z=4 \\ 2x-y-z=6 \\ 3x-2y+2z=10 \end{array}\right\} \quad \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 & 4 \\ 2 & -1 & -1 & 6 \\ 3 & -2 & 2 & 10 \end{pmatrix} \xrightarrow[3I-III]{2I-II} \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 & 4 \\ 0 & -1 & 7 & 2 \\ 0 & -1 & 7 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\xrightarrow[II-III]{} \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 & 4 \\ 0 & -1 & 7 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

sistema compatible indeterminado (∞ soluciones).

$$\left.\begin{array}{l} x-y+3z=4 \\ -y+7z=2 \end{array}\right\} \Rightarrow \quad z=\lambda \quad \leftarrow \text{Elegimos}$$

$-y+7\lambda=2 \Rightarrow y=-2+7\lambda$

$x-(-2+7\lambda)+3\lambda=4 \Rightarrow$

$x+2-7\lambda+3\lambda=4$

$x=2+4\lambda$

Así, la solución será:

$$\boxed{\left.\begin{array}{l} x=2+4\lambda \\ y=-2+7\lambda \\ z=\lambda \end{array}\right\}} \quad \text{solución.}$$

(6) a) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\sqrt{x^2+7x}-\sqrt{x^2+3x}\right)=[\infty-\infty]=$

$$\lim_{x\to\infty}\frac{\left(\sqrt{x^2+7x}-\sqrt{x^2+3x}\right)\left(\sqrt{x^2+7x}+\sqrt{x^2+3x}\right)}{\left(\sqrt{x^2+7x}+\sqrt{x^2+3x}\right)}=\lim_{x\to\infty}\frac{x^2+7x-(x^2+3x)}{\sqrt{x^2+7x}+\sqrt{x^2+3x}}$$

$$=\lim_{x\to\infty}\frac{4x}{\sqrt{x^2}+\sqrt{x^2}}=\lim_{x\to\infty}\frac{4x}{x+x}=\lim_{x\to\infty}\frac{4x}{2x}=\boxed{2}$$

b) $\lim_{x\to 3} \frac{x^2-x-6}{x^2-6x+9} = \left[\frac{0}{0}\right] \overset{\text{Factorizamos}}{=} \lim_{x\to 3} \frac{(x-3)(x+2)}{(x-3)^2} =$

$\lim_{x\to 3} \frac{x+2}{x-3} = \left[\frac{5}{0}\right]$

$x^2-x-6=0 \to x = \frac{1\pm\sqrt{1+24}}{2} = \frac{1\pm 5}{2}$ $\begin{cases} 3 \\ -2 \end{cases}$

$x^2-x-6 = (x-3)(x+2)$

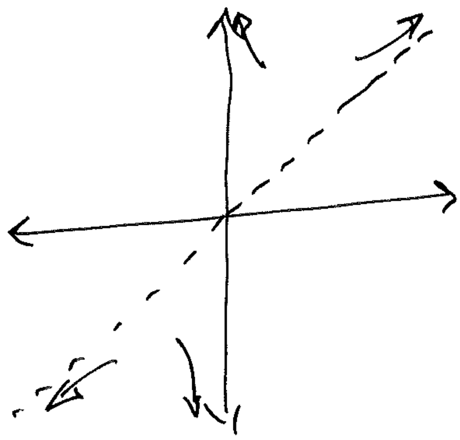
$x^2-6x+9 = (x-3)^2$

$$\boxed{\begin{array}{l} \lim_{x\to 3^-} \frac{x+2}{x-3} = \left[\frac{5}{-0}\right] = -\infty \\ \lim_{x\to 3^+} \frac{x+2}{x-3} = \left[\frac{5}{+0}\right] = +\infty \end{array}}$$

⑦ Primero calculamos las asíntotas:

A.V $\lim_{x\to 0^-} \frac{x^2+1}{x} = \left[\frac{1}{-0}\right] = -\infty$

$\boxed{x=0}$ $\lim_{x\to 0^+} \frac{x^2+1}{x} = \left[\frac{1}{0}\right] = +\infty$



A.H $\lim_{x\to\infty} \frac{x^2+1}{x} = \infty \to$ No tiene

A.O $\lim_{x\to\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x\to\infty} \frac{x^2+1}{x^2} = 1 = m$

$n = \lim_{x\to\infty} f(x) - mx = \lim_{x\to\infty} \frac{x^2+1}{x} - x = \lim_{x\to\infty} \frac{x^2+1-x^2}{x} = \lim_{x\to\infty} \frac{1}{x} = 0$

Asíntota oblicua en $\boxed{y=x}$

	$f=\frac{x^2+1}{x}$	$y=x$	
100	100'01	100	Por arriba en $+\infty$
−100	−100'01	−100	Por abajo en $-\infty$

Ahora calculamos curvatura e inflexión:

$$f'(x) = \frac{2x\cdot x-(x^2+1)\cdot 1}{x^2} = \frac{2x^2-x^2-1}{x^2} = \frac{x^2-1}{x^2}$$

$$f''(x) = \frac{2x\cdot x^2-(x^2-1)\cdot 2x}{x^4} = \frac{2x^3-2x^3+2x}{x^4} = \frac{2x}{x^4} = \frac{2}{x^3}$$

f'' $\quad \cap\,(-) \quad \underset{0}{\oplus} \quad \cup\,(+)$

$f(x)$ convexa en $(0,+\infty)$

$f(x)$ cóncava en $(-\infty,0)$

No tiene puntos de inflexión, ya que $x=0$ no está en el dominio.