

 Departamento de Ciencias Curso 2024-2025	Matemáticas 1 (1º B-C)		
	1ª Evaluación	Global	28 de noviembre de 2024
	NOMBRE:		
ACLARACIONES PREVIAS: No se evaluará nada escrito en esta hoja. Poner el nombre en cada una de las hojas. Numerar las carillas. El examen debe hacerse a bolígrafo negro o azul, no evaluándose nada escrito a lápiz. Se permite la calculadora. El orden de realización es indiferente aunque todos los apartados del mismo ejercicio deben ir juntos. Tiempo: 90 minutos.			
PUNTUACIÓN: Los ejercicios valen 1 punto. CE: 1.2 , 2.1, 2.2, 3.1			

1--

Resuelve:

$$\sqrt{5x+1} = 5 - \sqrt{x-2}$$

2—

Resuelve:

$$\frac{2x+3}{x-1} - 5 = \frac{5x-4}{x+1}$$

3—Resuelve el sistema:

$$\left. \begin{array}{l} 3^x + 5^y = 14 \\ 4 \cdot 3^x - 7 \cdot 5^y = 1 \end{array} \right\}$$

4—Resuelve:

$$\left. \begin{array}{l} x - 2y = 0 \\ x^2 + y^2 = 20 \end{array} \right\}$$

5—Resuelve:

$$\frac{x^2+1}{x^2-1} > 0$$

6—Resuelve por el método de Gauss:

$$\left. \begin{array}{l} x + y + z = 6 \\ 2x - y + 3z = 9 \\ 3x + y - 5z = -10 \end{array} \right\}$$

7--Resuelve por el método de Gauss:

$$\left. \begin{array}{l} x + y + z = 3 \\ 2x + 3y + 4z = -8 \\ 3x + 4y + 5z = 11 \end{array} \right\}$$

8-- Sabiendo que $\log_3 A = 2,8$ y que $\log_3 B = -3,98$, calcula $\log_9 \sqrt[4]{\frac{27A^3}{B^2}}$

9— Halla las dimensiones de una habitación rectangular de 15 m^2 sabiendo que es dos metros más larga que ancha

10—Las edades de Óscar y su madre suman 65 años, y dentro de cinco años la edad de la madre será el doble que la de Óscar. ¿Qué edad tienen en este momento cada uno?

RESOLUCIÓN

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \quad \sqrt{5x+1} &= 5 - \sqrt{x-2} \\ 5x+1 &= (5 - \sqrt{x-2})^2 \\ 5x+1 &= 25 + x - 2 - 10\sqrt{x-2} \\ (4x-22)^2 &= (-10\sqrt{x-2})^2 \\ 16x^2 + 484 - 176x &= 100(x-2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 16x^2 - 776x + 684 &= 0 \\ 4x^2 - 69x + 171 &= 0 \\ x &= \frac{69 \pm \sqrt{7025}}{8} = \end{aligned}$$

$$\frac{69 \pm 45}{8} \rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{69+45}{8} = \frac{114}{8} = \frac{57}{4} \\ x_2 = \frac{69-45}{8} = \frac{24}{8} = 3 \end{cases}$$

$\frac{57}{4} \rightarrow$ No válida (no cumple la ecuación). ($\frac{17}{2} \neq \frac{3}{2}$)
 $3 \rightarrow$ válida (cumple la ecuación).

$$\textcircled{2} \quad \frac{2x+3}{x-1} - 5 = \frac{5x-4}{x+1}$$

Multiplicamos ambos miembros por el mcm = $(x+1)(x-1)$

$$\frac{x-1}{x+1} \left\{ \text{mcm} = (x+1)(x-1) \right\}$$

$$(2x+3)(x+1) - 5 \frac{x^2-1}{(x+1)(x-1)} = (5x-4)(x-1)$$

$$2x^2 + 2x + 3x + 3 - 5x^2 + 5 = 5x^2 - 5x - 4x + 4$$

Así nos queda: $-8x^2 + 14x + 4 = 0 \rightarrow 4x^2 - 7x - 2 = 0$

$$x = \frac{7 \pm \sqrt{49 + 32}}{8} = \frac{7 \pm 9}{8} \rightarrow \begin{cases} x_1 = 2 \\ x_2 = -\frac{2}{8} = -\frac{1}{4} \end{cases}$$

Solución $x_1 = 2$, $x_2 = -1/4$. Válidas (no anulan denominador)

(3)

$$\begin{cases} 3^x + 5^y = 14 \\ 4 \cdot 3^x - 7 \cdot 5^y = 1 \end{cases}$$

Cambios $\begin{cases} 3^x = t \\ 5^y = z \end{cases}$
 variable $\begin{cases} 3^x = t \\ 5^y = z \end{cases}$

$$\begin{cases} t + z = 14 \\ 4t - 7z = 1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} t = 14 - z \\ 4(14 - z) - 7z = 1 \end{cases}$$

$$56 - 4z - 7z = 1 \rightarrow 56 - 11z = 1 \rightarrow 11z = 55 \Rightarrow$$

$z = 5$. Sustituimos ahora para encontrar t :

$$t = 14 - z = 9$$

$$\begin{cases} z = 5 = 5^y \Rightarrow y = 1 \\ t = 9 = 3^x \Rightarrow x = 2 \end{cases} \text{ solución: } \boxed{x = 2 \quad y = 1}$$

(4)

$$\begin{cases} x - 2y = 0 \\ x^2 + y^2 = 20 \end{cases} \rightarrow x = 2y$$

$$\begin{aligned} (2y)^2 + y^2 &= 20 \Rightarrow \\ 4y^2 + y^2 &= 20 \\ 5y^2 &= 20 \\ y^2 &= 4 \\ y &= \pm 2 \end{aligned}$$

$$y = 2 \rightarrow x = 4$$

$$y = -2 \rightarrow x = -4$$

Soluciones:

$$\begin{pmatrix} 4, 2 \\ -4, -2 \end{pmatrix}$$

(5)

$$\frac{x^2 + 1}{x^2 - 1} > 0$$

$$x^2 + 1 = 0 \rightarrow \text{sin sol.}$$

$$x^2 - 1 = 0 \rightarrow x = \pm 1$$

$$\begin{array}{c} + \quad - \quad + \\ \hline \quad \oplus \quad \quad \oplus \\ \quad -1 \quad \quad 1 \end{array}$$

Solución: $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$

$$(6) \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 6 \\ 2 & -1 & 3 & 9 \\ 3 & 1 & -5 & -10 \end{pmatrix} \xrightarrow[3I-II]{2I-II} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 6 \\ 0 & 3 & -1 & 3 \\ 0 & 2 & 8 & 28 \end{pmatrix} \xrightarrow{III/2} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 6 \\ 0 & 3 & -1 & 3 \\ 0 & 1 & 4 & 14 \end{pmatrix}$$

$$II-3III \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 6 \\ 0 & 3 & -1 & 3 \\ 0 & 0 & -13 & -39 \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} x + y + z = 6 \\ 3y - z = 3 \\ -13z = -39 \end{cases} \quad \begin{aligned} z &= 3 \\ 3y - 3 &= 3 \\ 3y &= 6 \\ y &= 2 \\ x &= 1 \end{aligned}$$

Solution: (1, 2, 3)

$$(7) \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 2 & 3 & 4 & -8 \\ 3 & 4 & 5 & 11 \end{pmatrix} \xrightarrow[3I-III]{2I-II} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & -1 & -2 & 14 \\ 0 & -1 & -2 & -2 \end{pmatrix} \xrightarrow{II-III} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & -1 & -2 & 14 \\ 0 & 0 & 0 & 16 \end{pmatrix}$$

$$x + y + z = 3$$

$$-y - 2z = 14$$

$$0 = 16$$

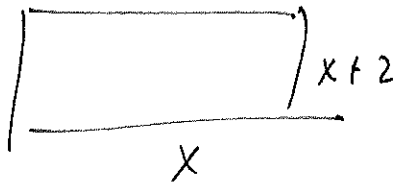
System is incompatible
No true solution

$$(8) \log_9 \sqrt[4]{\frac{27A^3}{B^2}} = \frac{1}{4} \log_9 \frac{27A^3}{B^2} = \frac{1}{4} (\log_9 27A^3 - \log_9 B^2) =$$

$$\frac{1}{4} [\log_9 27 + 3 \log_9 A - 2 \log_9 B] = \boxed{2.42} \leftarrow \text{Solution}$$

$$\log_9 27 = \frac{\log_3 27}{\log_3 9} = \frac{3}{2} \quad \log_9 A = \frac{\log_3 A}{\log_3 9} = 1.4 \quad \log_9 B = \frac{\log_3 B}{\log_3 9} = -1.99$$

(9)



$$X(X+2) = 15$$

$$X^2 + 2X = 15$$

$$X^2 + 2X - 15 = 0 \rightarrow X = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 60}}{2}$$

$$X = \frac{-2 \pm 8}{2}$$

$$\rightarrow X_1 = 3 \rightarrow (\text{El otro lado mide } 3+2)$$

$$X_2 = -5 \rightarrow \text{No v\'alida (lado negativo de una medida de una habitaci\'on.)}$$

Soluci\'on: los lados son 3 y 5



(10)

	Edad actual	Edad en 5 a\'nos
Oscar	x	$x+5$
Madre	y	$y+5$

Ecuaciones:

$$y+5 = 2(x+5)$$

$$y+5 = 2x+10$$

↓

$$2x - y = -5$$

$$x + y = 65$$

$$2x - y = -5 \rightarrow y = 2x + 5$$

$$x + 2x + 5 = 65 \rightarrow$$

$$3x = 60 \rightarrow x = 20$$

$$y = 45$$

Soluci\'on
 Edad de Oscar: 20
 Edad de la madre: 45