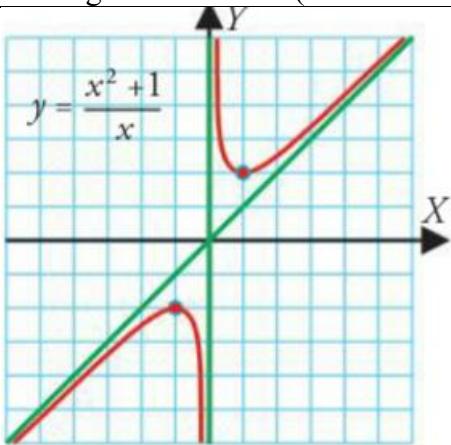


GRUPO 1ºB C	
Tema 3 (Clasificación de funciones)	29/1/26
NOMBRE	

ACLARACIONES PREVIAS: ACLARACIONES PREVIAS: No se evaluará nada escrito en esta hoja. Poner el nombre en cada una de las hojas. Numerar las hojas. El examen debe hacerse a bolígrafo negro o azul, no evaluándose nada escrito a lápiz. Se permite la calculadora. El orden de realización es indiferente aunque todos los apartados del mismo ejercicio deben ir juntos. Tiempo: 55 minutos. NUMERAR CADA CARILLA

PUNTUACIÓN: La especificada

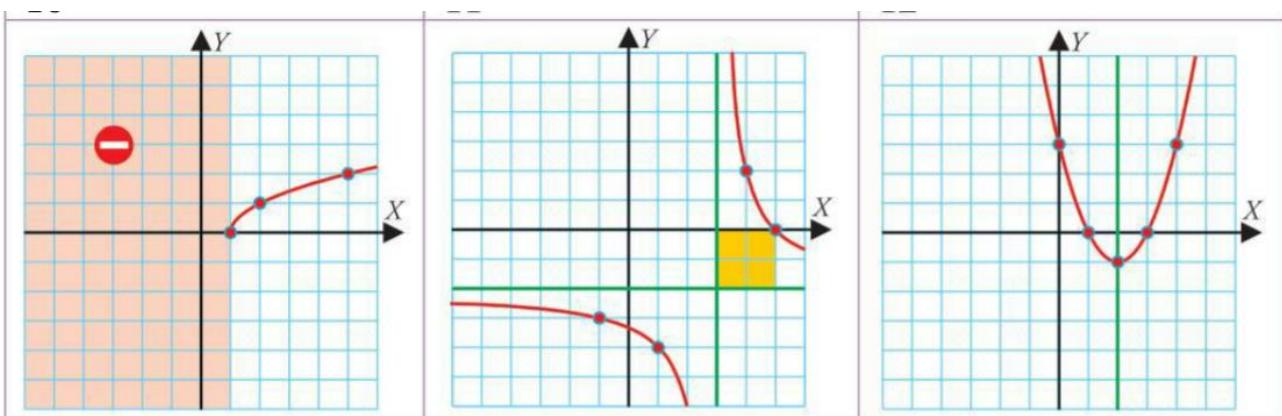
1—Dada la siguiente función (3 PUNTOS)



Calcula:

- a—Dominio, signo, simetría y recorrido
- b—Monotonía y extremos
- c—Curvatura e inflexión

2—Obtén la expresión analítica de las funciones (1 PUNTO)



3—Dadas las funciones: $f(x) = \frac{x+1}{2x-3}$ $g(x) = 2x+1$ $h(x) = x^2 + 3$

Calcula: (2 PUNTOS) a) $f \circ g$ b) $f^{-1} \circ h$ c) $h \circ g$ d) $h^{-1} \circ f$ ($x \geq 0$)

4—Representa gráficamente la función: (2 PUNTOS)

$$f(x) = -1 + \sin(x + \pi)$$

5—Representa gráficamente la función $f(x) = \cos 2x$ y estudia sus intervalos de monotonía y curvatura en el intervalo $(0, \pi)$ (2 PUNTOS)

(1)

- a) $\bullet \text{Dom}(f) = \mathbb{R} - \{0\} \equiv (-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$
- $f(x) > 0$ en $(0, +\infty)$
 - $f(x) < 0$ en $(-\infty, 0)$
 - Si simetría impar ($f(x) = -f(-x)$)
 - Imagen o recorrido: $\text{Rec}(f) = (-\infty, -2] \cup [2, +\infty)$

b) f creciente en $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$

f decreciente en $(-1, 0) \cup (0, 1)$

máximo relativo en $(-1, -2)$

mínimo relativo en $(1, 2)$

c) f convexa en $(0, +\infty)$

f cóncava en $(-\infty, 0)$

No hay puntos de inflexión.



(2)

a) Es la \sqrt{x} desplazada una posición hacia la derecha

$$\boxed{f(x) = \sqrt{x-1}}$$

b) Es una hipérbola con área 4 desplazada 3 hacia la derecha y 2 hacia abajo:

$$f(x) = -2 + \frac{4}{x-3} = \frac{-2x+6+4}{x-3} = \frac{-2x+10}{x-3}$$

$$\boxed{f(x) = \frac{-2x+10}{x-3}}$$

c) Parábola con: $c=3$, $a=1$, $-\frac{b}{2a} = 2 \Rightarrow b = -4$

Así, la expresión será: $\boxed{f(x) = x^2 - 4x + 3}$



$$(3) \quad f(x) = \frac{x+1}{2x-3} \quad g(x) = 2x+1 \quad h(x) = x^2+3$$

$$a) \quad (f \circ g)(x) = f(g(x)) = f(2x+1) = \frac{(2x+1)+1}{2(2x+1)-3} = \boxed{\frac{2x+2}{4x-1}}$$

$$b) \quad (f^{-1} \circ h)(x) = f^{-1}(h(x)) = f^{-1}(x^2+3) = \frac{3(x^2+3)+1}{2(x^2+3)-1} =$$

$$\begin{aligned} y &= \frac{x+1}{2x-3} \rightarrow y(2x-3) = x+1 \\ 2xy-3y &= x+1 \rightarrow 2xy-x = 3y+1 \\ x(2y-1) &= 3y+1 \rightarrow x = \frac{3y+1}{2y-1} \\ f^{-1}(x) &= \frac{3x+1}{2x-1} \end{aligned}$$

$$\frac{3x^2+9+1}{2x^2+6-1} = \boxed{\frac{3x^2+10}{2x^2+5}}$$

$$c) \quad (h \circ g)(x) = h(g(x)) = (2x+1)^2+3 = 4x^2+1+4x+3 =$$

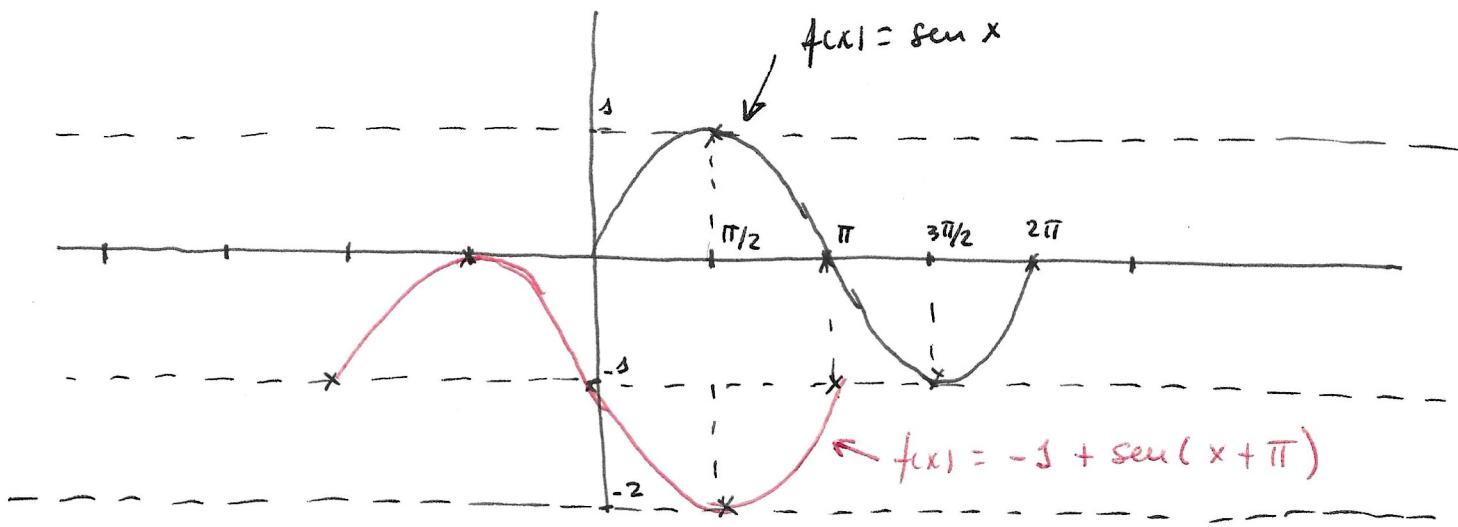
$$= \boxed{4x^2+4x+4} \leftarrow \text{ijo! Esto no se puede simplificar}$$

$$d) \quad (h^{-1} \circ f)(x) = h^{-1}(f(x)) = h^{-1}\left(\frac{x+1}{2x-3}\right) =$$

$$\begin{aligned} y &= \frac{x+1}{2x-3} \rightarrow x^2 = y-3 \\ x &= \pm \sqrt{y-3} \quad \text{como } x \geq 0, \\ \text{No } q \text{ nro} &\text{ con } x = -\sqrt{y-3} \\ h^{-1}(x) &= \sqrt{x-3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sqrt{\frac{x+1}{2x-3}-3} &= \sqrt{\frac{x+1-6x+9}{2x-3}} = \\ &= \boxed{\sqrt{\frac{-5x+10}{2x-3}}} \end{aligned}$$

- ④ Se trata de desplazar la función $\operatorname{sen} x$ 1 posición hacia abajo y π hacia la izquierda:



- ⑤ Se trata de una transformación del periodo de la función: $f(x) = \cos 2x$ $T = \frac{2\pi}{2} = \pi$. Luego es la representación del coseno pero con $T=\pi$.

