

 Virlecha Antequera Curso 2025-2026	GRUPO 1º B-C	
	Global 2	12/3/26
	NOMBRE	
ACLARACIONES PREVIAS: ACLARACIONES PREVIAS: No se evaluará nada escrito en esta hoja. Poner el nombre en cada una de las hojas. Numerar las hojas. El examen debe hacerse a bolígrafo negro o azul, no evaluándose nada escrito a lápiz. Se permite la calculadora. El orden de realización es indiferente aunque todos los apartados del mismo ejercicio deben ir juntos. Tiempo: 90 minutos. PUNTUACIÓN: La especificada		

1—Estudia las asíntotas de las funciones (2 puntos cada una):

a) $f(x) = \frac{x^2+x}{x^2-4}$

b) $f(x) = \frac{x^2-5}{x+2}$

2—Halla los siguientes límites: (1 punto cada uno)

a) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x^3+2x^2+8}{3x^2+5x-2}$

b) $\lim_{x \rightarrow \infty} (x - \sqrt{x^2 + 6x})$

3—Estudia la continuidad de la función $f(x)$ en función de k (1 punto)

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + kx - 1 & \text{si } x \leq 1 \\ 2^x & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

4—Representa gráficamente y estudia la monotonía de la función $f(x)=1+\sin(2x)$ en el intervalo $[0,\pi]$ (1 punto)

5—Calcula la función derivada de $f(x)=2x^2+x$, utilizando la definición de función derivada (límite) (1 punto)

6- Calcula la función derivada de las siguientes funciones, haciendo uso de la tabla de derivadas (sin límites) (1 punto)

a) $\frac{x^2+2}{x-1}$

b) $(x^3 + 2x) \cdot (x^2 + 2)$

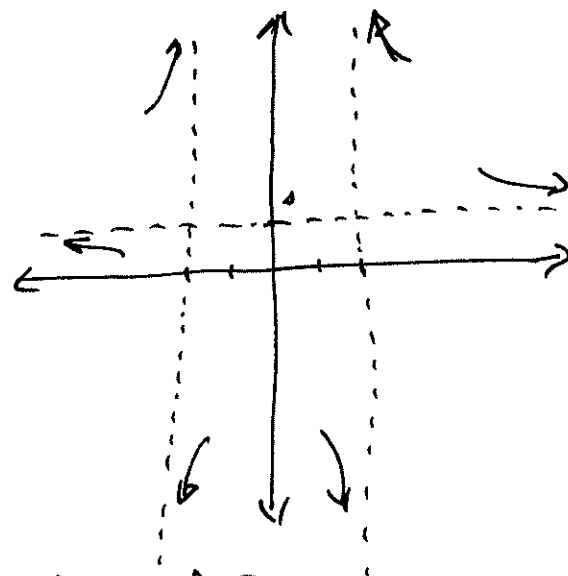
RESOLUCIÓN GLOBAL

① a) $f(x) = \frac{x^2+x}{x^2-4}$

Enunciado A.H.

A. Horizontal $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2+x}{x^2-4} = 1$ $y=1$

	$\frac{x^2+x}{x^2-4}$	$y=1$	
100	1.0104...	1	arriba (+∞)
-100	0.99034...	1	abajo (-∞)



A. Vertical

$x^2-4=0 \rightarrow x = \pm 2$

$x=-2$ $\lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{x^2+x}{x^2-4} = \left[\frac{2}{0} \right] = +\infty$
 $\lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{x^2+x}{x^2-4} = \left[\frac{2}{0} \right] = -\infty$

$x=2$ $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x^2+x}{x^2-4} = \left[\frac{2}{0} \right] = -\infty$
 $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2+x}{x^2-4} = \left[\frac{2}{0} \right] = +\infty$

A. Oblicuas $\rightarrow$ No tiene, al haber horizontales.

b) $f(x) = \frac{x^2-5}{x+2}$

A. Oblicua:

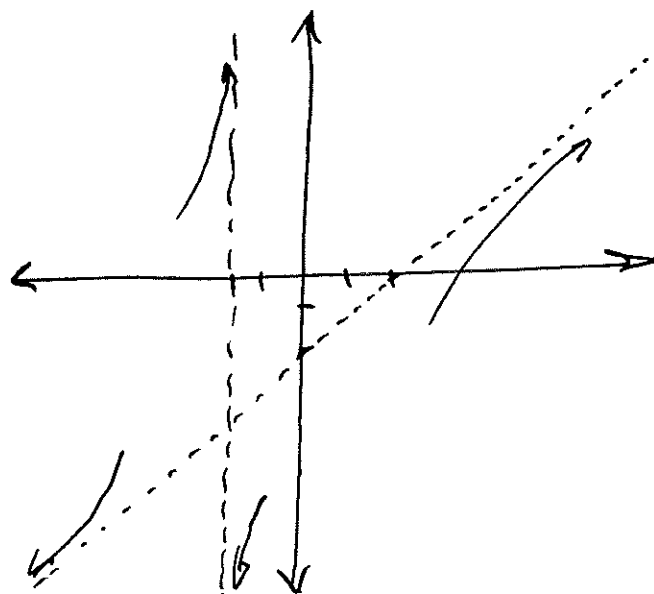
$m = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2-5}{x^2+2x} = 1$

$n = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2-5}{x+2} - x = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2-5-x^2-2x}{x+2}$

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-2x-5}{x+2} = -2$

Ec. oblicua: $y = x - 2$

	$\frac{x^2-5}{x+2}$	$x-2$	
100	97.99	98	(100) $\rightarrow$ por abajo
-100	-101.99	-102	(-∞) $\rightarrow$ por arriba



A. Horizontal $x+2=0 \rightarrow x=-2$

$\lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{x^2-5}{x+2} = \left[\frac{-1}{0} \right] = +\infty$

$\lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{x^2-5}{x+2} = \left[\frac{-1}{0} \right] = -\infty$

② $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x^3 + 2x^2 + 8}{3x^2 + 5x - 2} = \left[\frac{0}{0} \right]$ indeterminado $\Rightarrow$ factorizar:

a)

2	2	0	8
-2	-4	+4	-8
2	-2	+4	0

$$2x^3 + 2x^2 + 8 = (x+2)(2x^2 - 2x - 4) = 2(x+2)(x^2 - x + 2)$$

$$x^2 - x + 2 = 0 \rightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{1-8}}{2} = \text{No tiene solución.}$$

$$3x^2 + 5x - 2 = 0$$

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{25 + 24}}{6} = \frac{-5 \pm 7}{6} \rightarrow \begin{cases} \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \\ -\frac{12}{6} = -2 \end{cases}$$

$$3x^2 + 5x - 2 = 3(x - \frac{1}{3})(x + 2)$$

Si nos queda: $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{2(x+2)(x^2 - x + 2)}{3(x - \frac{1}{3})(x + 2)} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{2(x^2 - x + 2)}{3x - 1} =$

$$\frac{2 \cdot 8}{-6 - 1} = \frac{8}{-7} = \boxed{-\frac{16}{7}}$$

b)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x - \sqrt{x^2 + 6x})(x + \sqrt{x^2 + 6x})}{x + \sqrt{x^2 + 6x}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - (x^2 + 6x)}{x + \sqrt{x^2 + 6x}} =$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-6x}{x + \sqrt{x^2}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-6x}{2x} = \boxed{-3}$$

③ Si $x < 1 \Rightarrow$ continua por ser polinómica.

Si $x = 1$:

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} x^2 + kx - 1 = k$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} 2^x = 2$$

Si $k = 2 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 2 = f(1) \Rightarrow$ Continua en 1

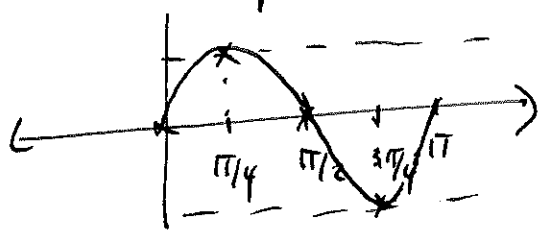
Si $x > 1 \Rightarrow$ continua por ser exponencial.

Resumen: Si $k = 2$ es continua en todo su dominio.

Si $k \neq 2$ tiene una discontinuidad de salto en $x = 1$

(4) $f(x) = 1 + \sin(2x)$

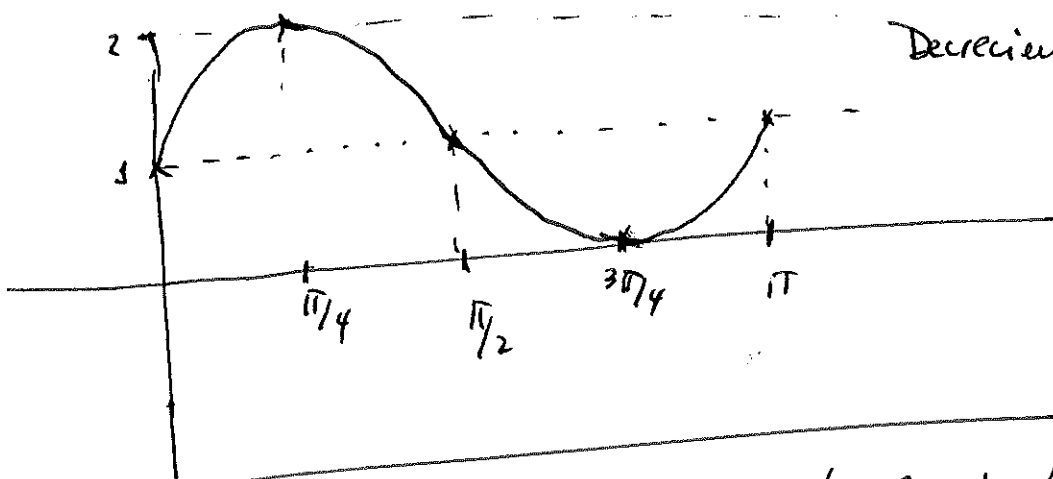
Primero representamos la función $\sin(2x) \Rightarrow T = \frac{2\pi}{2} = \pi$



Y ya solo nos queda desplazar una posición hacia arriba:

Creciente en $[0, \pi/4) \cup (3\pi/4, \pi]$

Decreciente en $(\pi/4, 3\pi/4)$



(5) $f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2x^2 + 2h^2 + 4xh + x + h - 2x^2 - x}{h} =$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{2h^2 + 4xh + h}{h} =$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{h(2h + 4x + 1)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} (2h + 4x + 1) =$$

$$= \boxed{4x + 1}$$

$f(x+h) = 2(x+h)^2 + x+h = 2x^2 + 2h^2 + 4xh + x+h$
 $f(x) = 2x^2 + x$

(6) a) $\left(\frac{x^2+2}{x-1} \right)' = \frac{(x^2+2)'(x-1) - (x^2+2)(x-1)'}{(x-1)^2} = \frac{2x(x-1) - (x^2+2)}{(x-1)^2} =$

$$\frac{2x^2 - 2x - x^2 - 2}{(x-1)^2} = \boxed{\frac{x^2 - 2x - 2}{(x-1)^2}}$$

b) $\left((x^3+2x)(x^2+2) \right)' = (x^3+2x)'(x^2+2) + (x^3+2x)(x^2+2)' =$

$$(3x^2+2)(x^2+2) + (x^3+2x)2x = \underline{3x^4} + \underline{6x^2} + \underline{2x^2} + \underline{4} + \underline{2x^4} + \underline{4x^2} =$$

$$5x^4 + 12x^2 + 4$$