

 Virlecha Antequera Curso 2025-2026	GRUPO 1º B-C	
	Tema 4 (Continuidad y límites)	3/3/26
	NOMBRE	

ACLARACIONES PREVIAS: **ACLARACIONES PREVIAS:** No se evaluará nada escrito en esta hoja. Poner el nombre en cada una de las hojas. Numerar las hojas. El examen debe hacerse a bolígrafo negro o azul, no evaluándose nada escrito a lápiz. Se permite la calculadora. El orden de realización es indiferente aunque todos los apartados del mismo ejercicio deben ir juntos. Tiempo: 55 minutos.

PUNTUACIÓN: La especificada

1—Estudia las asíntotas de las funciones (2 puntos cada una):

a) $f(x) = \frac{x^2-3}{x+1}$

b) $f(x) = \frac{x+2}{x^2-1}$

2—Halla los siguientes límites: (1 punto cada uno)

a) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2+8}{x-3}$

b) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{2x^2-2}$

c) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(x^2 - \frac{x^3-3x+1}{x-3} \right)$

d) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + x - 2} - x)$

4—Halla k y a para que la función f(x) sea continua en todo su dominio (2 puntos)

$$f(x) = \begin{cases} 2x^2 + 3x - 4 & \text{si } x \leq 0 \\ 3x + k & \text{si } 0 < x \leq 4 \\ 2a + \log_2 x & \text{si } x > 4 \end{cases}$$

REVOLUCIÓN TEMP 3 25-26

①

a) $f(x) = \frac{x^2 - 3}{x + 1}$

A. Horizontal: $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty \rightarrow$ No tiene

A. Vertical: $x + 1 = 0 \Rightarrow \boxed{x = -1}$

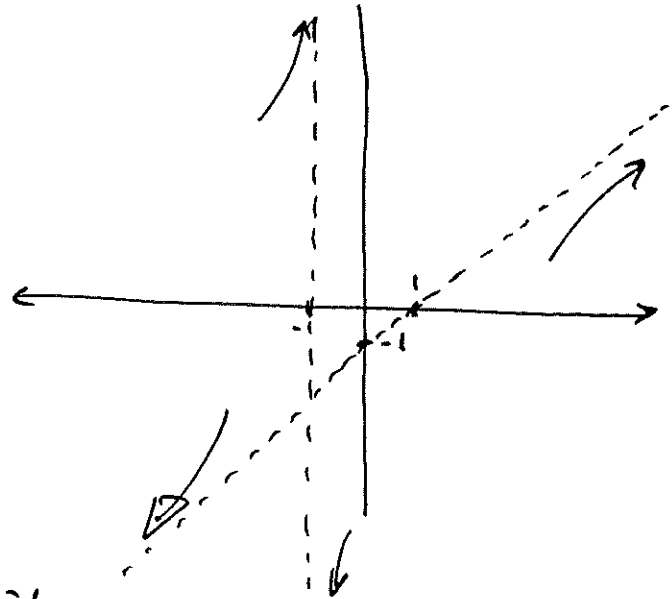
$$\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{x^2 - 3}{x + 1} = \left[\frac{-2}{-0} \right] = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{x^2 - 3}{x + 1} = \left[\frac{-2}{+0} \right] = -\infty$$

A. Oblicua: $m = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 3}{x^2 + x} = 1$

$$n = \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) - mx = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 3}{x + 1} - x = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 3 - x^2 - x}{x + 1} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-3 - x}{x + 1} = -1$$

Equación oblicua: $\boxed{y = x - 1}$



	$\frac{x^2 - 3}{x + 1}$	$x - 1$	
(∞)	98'98...	99	abajo
($-\infty$)	-100'98...	-101	arriba

b) $f(x) = \frac{x + 2}{x^2 - 1}$

A. Horizontal: $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x + 2}{x^2 - 1} = 0 \Rightarrow \boxed{y = 0}$

	$\frac{x + 2}{x^2 - 1}$	$y = 0$	
(∞)	0'00...	0	arriba
($-\infty$)	-0'00...	0	abajo

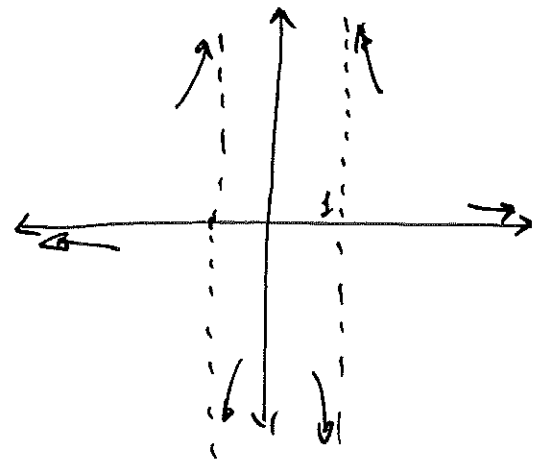
A. Verticals: $x^2 - 1 = 0 \rightarrow x = \pm 1$

$\boxed{x = 1}$
 $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x + 2}{x^2 - 1} = \left[\frac{3}{-0} \right] = -\infty$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x + 2}{x^2 - 1} = \left[\frac{3}{+0} \right] = +\infty$$

$\boxed{x = -1}$
 $\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{x + 2}{x^2 - 1} = \left[\frac{1}{+0} \right] = +\infty$

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{x + 2}{x^2 - 1} = \left[\frac{1}{-0} \right] = -\infty$$



(2)

$$a) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + 8}{x - 3} \left(= \left[\frac{17}{0} \right] \right) \rightarrow \text{indeterminabile}$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{x^2 + 8}{x - 3} = \left[\frac{17}{-0} \right] = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x^2 + 8}{x - 3} = \left[\frac{17}{+0} \right] = +\infty$$

$$b) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{2x^2-2} \left(= \left[\frac{0}{0} \right] \right) \rightarrow \text{indeterminabile}$$

$$\frac{2(x^2-1) = 2(x+1)(x-1)}{2(x^2-1) = 2(x+1)(x-1)} \left[\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{2(x+1)(x-1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{2(x+1)} = \left[\frac{1}{4} \right] \right]$$

$$c) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(x^2 - \frac{x^3 - 3x + 1}{x - 3} \right) \left(= \infty - \infty \right) \rightarrow \text{indeterminabile}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - 3x^2 - (x^3 - 3x + 1)}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-3x^2 + 3x - 1}{x - 3} = \left[-\infty \right]$$

$$d) \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + x - 2} - x) \left(= [\infty - \infty] \right) \rightarrow \text{indeterminabile}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(\sqrt{x^2 + x - 2} - x)(\sqrt{x^2 + x - 2} + x)}{\sqrt{x^2 + x - 2} + x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + x - 2 - x^2}{\sqrt{x^2 + x - 2} + x} =$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x - 2}{\sqrt{x} + x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x - 2}{2x} = \left[\frac{1}{2} \right]$$



$$(3) \quad f(x) = \begin{cases} 2x^2 + 3x - 4 & \text{si } x \leq 0 \\ 3x + k & \text{si } 0 < x \leq 4 \\ 2a + \log_2 x & \text{si } x > 4 \end{cases}$$

Las 3 expresiones corresponden a funciones elementales que son continuas en todo su dominio, por lo que será $f(x)$ continua en sus zonas. Solo tenemos que estudiar la continuidad en las fronteras (0 y 4)

$$\begin{aligned} (x=0) \rightarrow \left. \begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 0} 2x^2 + 3x - 4 = -4 \\ \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 0} 3x + k = k \\ f(0) &= -4 \end{aligned} \right\} \end{aligned}$$

Para que sea continua en $x=0 \Rightarrow \boxed{k = -4}$

$$\begin{aligned} (x=4) \rightarrow \left. \begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 4^-} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 4} (3x + k) = 12 + k \\ \lim_{x \rightarrow 4^+} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 4} 2a + \log_2 x = 2a + 2 \\ f(4) &= 12 + k \end{aligned} \right\} \end{aligned}$$

Si $12 + k = 2a + 2$. Si sustituimos $k = -4$, nos queda: $12 + (-4) = 2a + 2 \Rightarrow 8 = 2a + 2 \Rightarrow \boxed{a = 3}$

Solución: $\boxed{\begin{matrix} k = -4 \\ a = 3 \end{matrix}}$