La Salle Virlecha Antequera Curso 2025-2026	*GRUPO 1º B-C*	
	Rec 2	*13/4/26*
	NOMBRE	

ACLARACIONES PREVIAS: ACLARACIONES PREVIAS: No se evaluará nada escrito en esta hoja. Poner el nombre en cada una de las hojas. Numerar las hojas. El examen debe hacerse a bolígrafo negro o azul, no evaluándose nada escrito a lápiz. Se permite la calculadora. El orden de realización es indiferente aunque todos los apartados del mismo ejercicio deben ir juntos. Tiempo: 90 minutos.

PUNTUACIÓN: La especificada

1—Estudia las asíntotas de las funciones (2 puntos cada una):

a) $f(x) = \frac{x^2+5x+5}{x+2}$

b) $f(x) = \frac{x^2}{x^2-1}$

2—Halla los siguientes límites: (1 punto cada uno)

a) $\lim_{x\to -1} \frac{2x+2}{2x^2-2}$

b) $\lim_{x\to\infty} (2x - \sqrt{4x^2 - 3x + 1})$

4—Representa gráficamente y estudia la monotonía de la función f(x)=sen(2x) en el intervalo [0,π] (1 punto)

5—Calcula la función derivada de $f(x)=3x^2 +3x-1$, utilizando la definición de función derivada (límite) (1 punto)

6- Calcula la función derivada de las siguientes funciones, haciendo uso de la tabla de derivadas (sin límites) (1 punto cada una)

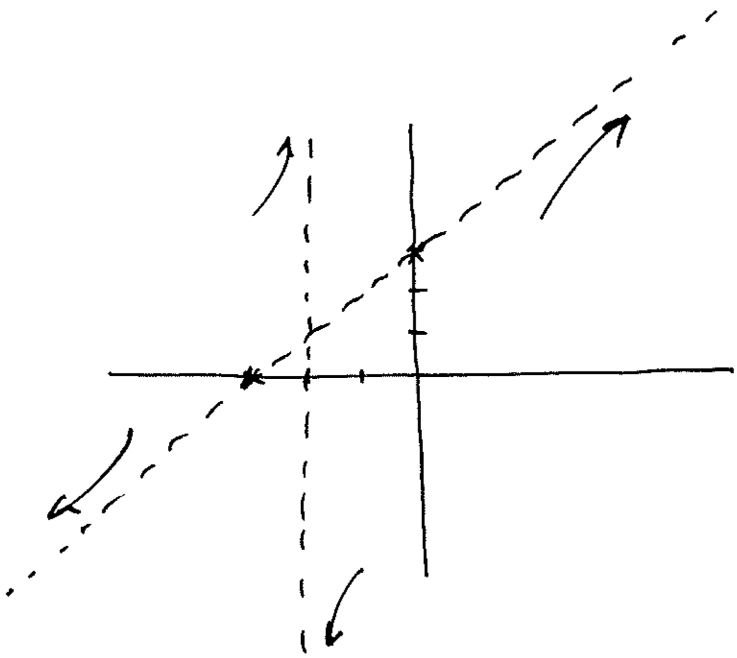
a) $\frac{x^3+2x}{3x+1}$

b) $(x^2 + 2) \cdot (x^2 + 2x - 3)$

| RESOLUCIÓN REC 2 25-26 |

①

a) $f(x) = \dfrac{x^2+5x+5}{x+2}$



A. Verticales: $\boxed{x=-2}$

$\lim\limits_{x\to -2^-} \dfrac{x^2+5x+5}{x+2} = \left[\dfrac{-1}{-0}\right] = +\infty$

$\lim\limits_{x\to -2^+} \dfrac{x^2+5x+5}{x+2} = \left[\dfrac{-1}{+0}\right] = -\infty$

A. oblicua:

$m = \lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{f(x)}{x} = \lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{x^2+5x+5}{x^2+2x} = 1$

$n = \lim\limits_{x\to\infty} f(x) - mx = \lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{x^2+5x+5}{x+2} - x = \lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{x^2+5x+5-x^2-2x}{x+2} =$

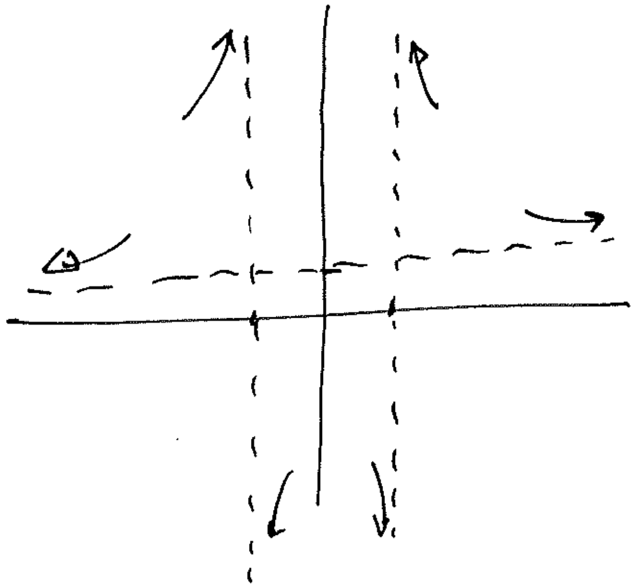
$\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{3x+5}{x+2} = 3$

Ecuación asíntota: $\boxed{y=x+3}$

0	3
-3	0

	$\frac{x^2+5x+5}{x+2}$	$x+3$	
100	102'99	103	Por abajo en $+\infty$
-100	-96'99	-97	Por arriba en $-\infty$

b) $f(x) = \dfrac{x^2}{x^2-1}$



A. Verticales:

$x^2 - 1 = 0 \rightarrow x = \pm 1$

$\boxed{x=+1}$ $\lim\limits_{x \to 1^-} \dfrac{x^2}{x^2-1} = \left[\dfrac{1}{-0}\right) = -\infty$

$\lim\limits_{x \to 1^+} \dfrac{x^2}{x^2-1} = \left[\dfrac{1}{+0}\right) = +\infty$

$\boxed{x=-1}$

$\lim\limits_{x \to -1^-} \dfrac{x^2}{x^2-1} = \left[\dfrac{+1}{+0}\right] = +\infty$

$\lim\limits_{x \to -1^+} \dfrac{x^2}{x^2-1} = \left[\dfrac{1}{-0}\right] = -\infty$

A Horizontal: $\lim\limits_{x \to \infty} \dfrac{x^2}{x^2-1} = 1 \rightarrow \boxed{y=1}$

	$\frac{x^2}{x^2-1}$	1	
100	1'0001...	1	Por arriba en $+\infty$
-100	1'0001	1	Por arriba en $-\infty$

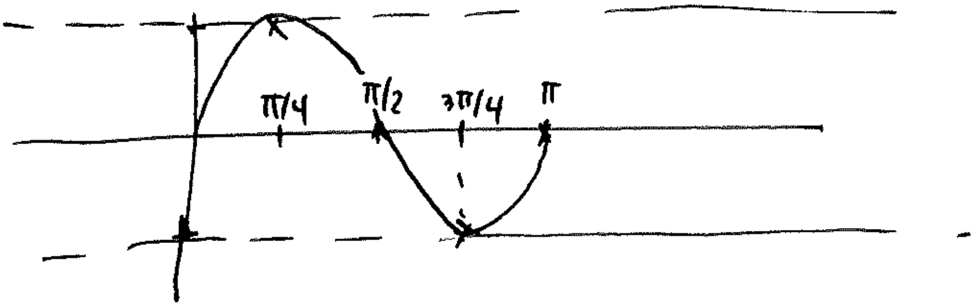
②

a) $\lim\limits_{x \to -1} \dfrac{2x+2}{2x^2-2} = \lim\limits_{x \to -1} \dfrac{2(x+1)}{2(x+1)(x-1)} = \lim\limits_{x \to -1} \dfrac{1}{x-1} = \boxed{-\dfrac{1}{2}}$

b) $\lim\limits_{x \to \infty} \left(2x - \sqrt{4x^2-3x+1}\right) \dfrac{2x+\sqrt{4x^2-3x+1}}{2x+\sqrt{4x^2-3x+1}} = \lim\limits_{x \to \infty} \dfrac{4x^2-4x^2+3x-1}{2x+\sqrt{4x^2}} =$

$\lim\limits_{x \to \infty} \dfrac{3x-1}{2x+2x} = \lim\limits_{x \to \infty} \dfrac{3x-1}{4x} = \boxed{\dfrac{3}{4}}$

(4) $f(x) = \operatorname{sen} 2x \qquad T = \frac{2\pi}{2} = \pi$



$f(x)$ creciente en $(0, \pi/4) \cup \left(\frac{3\pi}{4}, \pi\right)$

$f(x)$ decreciente en $(\pi/4, 3\pi/4)$

(5) $$f'(x) = \lim_{h\to 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{\cancel{3x^2}+3h^2+6xh+\cancel{3x}+3h\cancel{-1}\cancel{-3x^2}\cancel{-3x}\cancel{+1}}{h}$$

$f(x+h) = 3(x+h)^2+3(x+h)-1 =$

$3(x^2+h^2+2xh)+3(x+h)-1 =$

$3x^2+3h^2+6xh+3x+3h-1$

$f(x) = 3x^2+3x-1$

$$= \lim_{h\to 0} \frac{3h^2+6xh+3h}{h} =$$

$$\lim_{h\to 0} 3h+6x+3 = \boxed{6x+3}$$

(6) a) $$\left(\frac{x^3+2x}{3x+1}\right)' = \frac{(3x^2+2)(3x+1)-(x^3+2x)\cdot 3}{(3x+1)^2} = \frac{9x^3+3x^2+6x+2-3x^3-6x}{(3x+1)^2} =$$

$$= \boxed{\frac{6x^3+3x^2+2}{(3x+1)^2}}$$

b) $$[(x^2+2)(x^2+2x-3)]' = [x^4+2x^3-3x^2+2x^2+4x-6]' =$$

$$(x^4+2x^3-x^2+4x-6)' = \boxed{4x^3+6x^2-2x+4}$$