 Departamento de Ciencias Curso 2025-2026	Matemáticas 1 1ºBC		
	3ª Evaluación	Global 3ª Eval	3 junio de 2026
	NOMBRE:		

ACLARACIONES PREVIAS: No se evaluará nada escrito en esta hoja. Poner el nombre en cada una de las hojas. Numerar las hojas. El examen debe hacerse a bolígrafo negro o azul, no evaluándose nada escrito a lápiz. Se permite la calculadora. El orden de realización es indiferente, aunque todos los apartados del mismo ejercicio deben ir juntos. Tiempo: 90 minutos.

PUNTUACIÓN: La especificada

Calcula la función derivada de cada una de las siguientes funciones, simplificando cuando sea posible (**1 punto cada una**)

1. $f(x) = \text{sen}^2 \sqrt{2x}$

2. $f(x) = 2^{4x} \text{sec}(4x)$

3. $f(x) = x^2 e^{-3x}$

4. $f(x) = \ln \frac{1}{\sqrt[4]{3-2x}}$

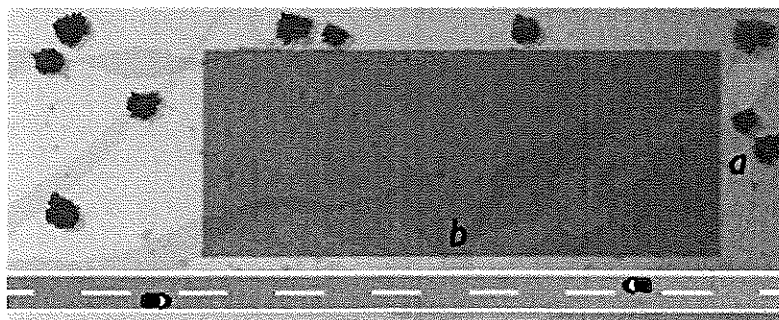
5. $f(x) = \sqrt[3]{\frac{2x^2}{x-1}}$

6. Dada la función: $f(x) = \frac{x^2+1}{x}$, calcula (**3 puntos**):

- Dominio, signo, simetrías, puntos de corte y asíntotas
- Monotonía, extremos, curvatura e inflexión
- Representación gráfica

7. Calcula el valor de los coeficientes a y b para que la función $f(x)=x^3 +ax^2 +b$ tenga un punto de inflexión en P(1,2) (**1 punto**)

8. Una finca está al lado de una carretera y se quiere vallar el mayor rectángulo posible. El metro de valla junto a la carretera cuesta 5€, y el resto, a 2 €. Halla el área del mayor recinto que se puede vallar con 2800 € (**1 punto**)



$$\textcircled{1} (\sec^2 \sqrt{2x})' = 2 \sec \sqrt{2x} (\sec \sqrt{2x})' = \boxed{\frac{2}{\sqrt{2x}} \sec \sqrt{2x} \cos \sqrt{2x}}$$

$$(\sec \sqrt{2x})' = \cos \sqrt{2x} \cdot \frac{1}{2\sqrt{2x}} \cdot 2 = \frac{1}{\sqrt{2x}} \cos \sqrt{2x}$$

$$\textcircled{2} (2^{4x} \cdot \sec(4x))' = (2^{4x})' \sec 4x + 2^{4x} (\sec 4x)' =$$

$$(2^{4x})' = 2^{4x} \cdot 4 \cdot \ln 2 = 2^{4x+2} \cdot \ln 2$$

$$(\sec 4x)' = (\cos^{-1} 4x)' = -\cos^{-2} 4x \cdot (-\sin 4x) \cdot 4 = \frac{4 \sin 4x}{\cos^2 4x}$$

$$2^{4x+2} \cdot \ln 2 \cdot \sec 4x + 2^{4x} \cdot \frac{4 \sin 4x}{\cos^2 4x} =$$

$$2^{4x+2} \left(\ln 2 \sec 4x + \frac{\sin 4x}{\cos^2 4x} \right) =$$

$$\boxed{2^{4x+2} \cdot \sec 4x \left(\ln 2 + \tan 4x \right)}$$

$$\textcircled{3} (x^2 e^{-3x})' = 2x e^{-3x} + x^2 \cdot e^{-3x} \cdot (-3) =$$

$$\boxed{e^{-3x} (2x - 3x^2)}$$

$$\textcircled{4} \ln \frac{1}{\sqrt[4]{3-2x}} = \frac{(\frac{1}{\sqrt[4]{3-2x}})' }{\frac{1}{\sqrt[4]{3-2x}}} = \frac{\frac{1}{2} (3-2x)^{-5/4}}{(3-2x)^{-1/4}} =$$

$$\left(\frac{1}{\sqrt[4]{3-2x}} \right)' = \left((3-2x)^{-1/4} \right)' = -\frac{1}{4} (3-2x)^{-5/4} \cdot (-2) = \frac{1}{2} (3-2x)^{-5/4} = \frac{1}{2} (3-2x)^{-1}$$

$$\frac{1}{2} (3-2x)^{-5/4} = \frac{1}{2} (3-2x)^{-1}$$

$$= \boxed{\frac{1}{2(3-2x)}}$$

$$(5) \left(\sqrt[3]{\frac{2x^2}{x-1}} \right)' = \left(\frac{2x^2}{x-1} \right)^{-2/3} = \frac{1}{3} \left(\frac{2x^2}{x-1} \right)^{-2/3} \left(\frac{2x^2}{x-1} \right)' =$$

$$\left(\frac{2x^2}{x-1} \right)' = \frac{4x(x-1) - 2x^2}{(x-1)^2} = \frac{4x^2 - 4x - 2x^2}{(x-1)^2} = \frac{2x^2 - 4x}{(x-1)^2}$$

$$\frac{4x^2 - 4x - 2x^2}{(x-1)^2} = \frac{2x^2 - 4x}{(x-1)^2}$$

$$\frac{2x^2 - 4x}{3(x-1)^2 \sqrt[3]{\left(\frac{2x^2}{x-1}\right)^2}}$$

$$(6) f(x) = \frac{x^2 + 1}{x}$$

a) Dom(f) = $\mathbb{R} - \{0\} = (-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$

• Signo: $x^2 + 1 \rightarrow$ Positivo siempre

$$x \quad \begin{array}{c} - \quad + \\ \hline \end{array}$$

$f(x) > 0$ en $(0, +\infty)$

$f(x) < 0$ en $(-\infty, 0)$

• Simetrías: $f(-x) = \frac{x^2 + 1}{-x} = -f(x) \rightarrow$ Simetría IMPAR

• Puntos Corte: $f(x) = 0 \rightarrow$ No hay corte en Ox

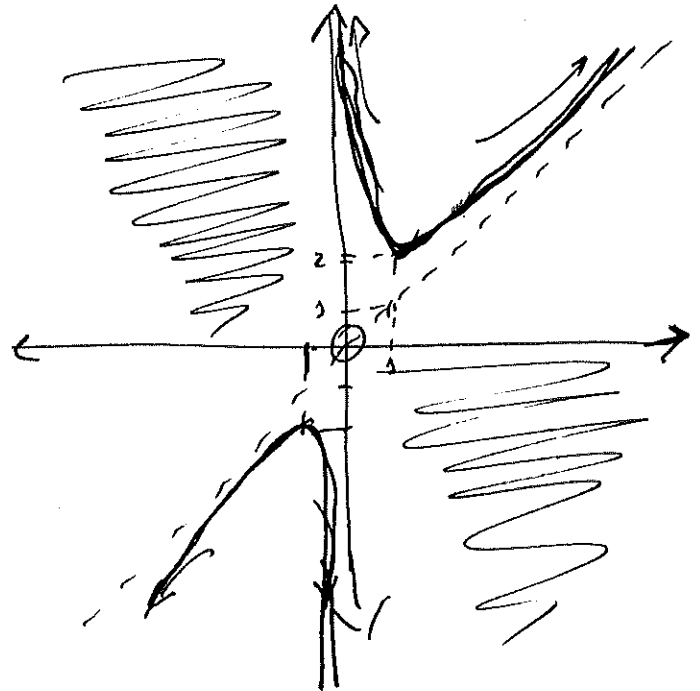
$f(0)$ no existe \rightarrow No hay corte en Oy

• Asíntotas:

verticales
 $x = 0$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x^2 + 1}{x} = \left[\frac{1}{-0} \right] = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x^2 + 1}{x} = \left[\frac{1}{+0} \right] = +\infty$$



oblicuas

$$u = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2+1}{x^2} = 1 \quad u = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2+1}{x} - x = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2+1-x^2}{x} = 0$$

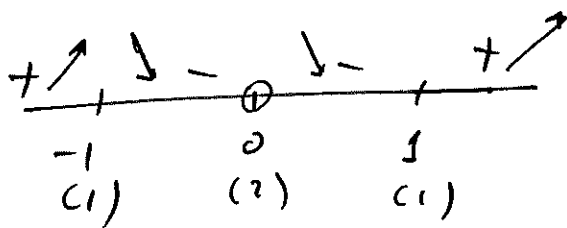
Ecuación asíntota oblicua: $y = x$

	$\frac{x^2+1}{x}$	x	
100	100'01	100	Por arriba en $+\infty$
-100	-100'01	-100	Por abajo en $-\infty$

$$b) f'(x) = \left(\frac{x^2+1}{x} \right)' = \frac{2xx - (x^2+1)}{x^2} = \frac{2x^2 - x^2 - 1}{x^2} = \frac{x^2 - 1}{x^2}$$

$$x^2 - 1 = 0 \rightarrow x = \pm 1$$

$$x^2 = 0 \rightarrow x = 0$$



$f(x)$ creciente $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$

$f(x)$ decreciente $(-1, 0) \cup (0, 1)$

Máximo en $(-1, -2)$

Mínimo en $(1, 2)$

$$f''(x) = \left(\frac{x^2-1}{x^2} \right)' = \frac{2xx^2 - (x^2-1)2x}{x^4} = \frac{2x^3 - 2x^2 + 2x}{x^4} =$$

$$\frac{2x}{x^4} = \frac{2}{x^3} \rightarrow$$

$f(x)$ cóncava (\cup) en $(0, +\infty)$

$f(x)$ cóncava (\cap) en $(-\infty, 0)$



7) $f(x) = x^3 + ax^2 + b$ pto inflexión en $P(1,2)$

Pasa per $(1,2) \Rightarrow 1^3 + a \cdot 1^2 + b = 2 \Rightarrow a + b = 1$

Pto inflexión $\Rightarrow f'' = 0$. $f'(x) = 3x^2 + 2ax$
 $f''(x) = 6x + 2a$

$f''(1) = 6 + 2a = 0 \Rightarrow$

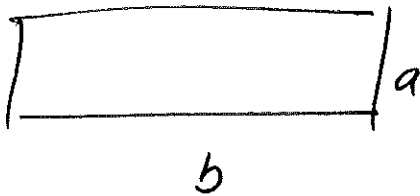
$$\begin{cases} a + b = 1 \\ 6 + 2a = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 6 + 2a = 0 \rightarrow 2a = -6 \\ a = -3 \end{cases}$$

$b = 1 - a = 4$

La funció és

$$f(x) = x^3 - 3x^2 + 4$$

8)



$f(x) = ab = \left(\frac{2800 - 7b}{4}\right)b \Rightarrow \frac{2800b - 7b^2}{4} \Rightarrow$

d'area $f'(x) = \frac{2800 - 14b}{4} = 0 \Rightarrow 14b = 2800 \rightarrow b = 200$

$f''(x) = \frac{-14}{4} = -\frac{7}{2} \rightarrow f''(200) < 0 \rightarrow \text{Màxim}$

Precio: $5b + 2b + 4a = 2800 \Rightarrow 7b + 4a = 2800$

$5b + 2b + 2 \cdot 2a$

↓ Precio ↓ Precio ↓ precio

$a = \frac{2800 - 7b}{4}$

Solució: $b = 200m$ $a = 350m$ \Rightarrow $d'area = 70000 m^2$