La Salle Virlecha - Antequera Departamento de Ciencias Curso 2025-2026	Matemáticas 1 1ºBC		
	3ª Evaluación	Ordinaria	junio de 2026
	NOMBRE:		

ACLARACIONES PREVIAS: No se evaluará nada escrito en esta hoja. Poner el nombre en cada una de las hojas. Numerar las hojas. El examen debe hacerse a bolígrafo negro o azul, no evaluándose nada escrito a lápiz. Se permite la calculadora. El orden de realización es indiferente, aunque todos los apartados del mismo ejercicio deben ir juntos. Tiempo: 90 minutos.

PUNTUACIÓN: La especificada

Calcula la función derivada de cada una de las siguientes funciones, simplificando cuando sea posible (**1 punto cada una**)

1. $f(x) = sen^3 \sqrt{x+3}$
2. $f(x) = ln \frac{x}{x-1}$
3. $f(x) = arctan(cos3x)$
4. Dada la función: $f(x) = \frac{x^2-1}{x}$, calcula (**2 puntos**):
   a) Asíntotas
   b) Monotonía, extremos, curvatura e inflexión
5. Calcula: $\lim_{x\to\infty} (x - \sqrt{x^2+6x})$ (**1 punto**)
6. Resuelve por el método de Gauss: (**2 puntos**)

$$\left.\begin{array}{r} 3x + 2y - z = 3 \\ x + y - 2z = -5 \\ 2x + y + 3z = 16 \end{array}\right\}$$

7. Halla la función cuadrática que pasa por el origen de coordenadas O(0.0) y tiene un mínimo relativo en el punto P(2,-4) (**2 puntos**)

Resolución

① $\left(\operatorname{sen}^3\sqrt{x+3}\right)' = 3\operatorname{sen}^2\sqrt{x+3}\cdot\left(\operatorname{sen}\sqrt{x+3}\right)' =$

$\left(\operatorname{sen}\sqrt{x+3}\right)' = \cos\sqrt{x+3}\cdot\dfrac{1}{2\sqrt{x+3}} = \dfrac{\cos\sqrt{x+3}}{2\sqrt{x+3}}$

$$\boxed{\frac{3\operatorname{sen}^2\sqrt{x+3}\cdot\cos\sqrt{x+3}}{2\sqrt{x+3}}}$$

② $\left(\ln\left(\dfrac{x}{x-1}\right)\right)' = \dfrac{\left(\frac{x}{x-1}\right)'}{\frac{x}{x-1}} = \dfrac{-1/(x-1)^2}{x/(x-1)} = \dfrac{-1}{x(x-1)} =$

$\left(\dfrac{x}{x-1}\right)' = \dfrac{x-1-x}{(x-1)^2} = -\dfrac{1}{(x-1)^2}$

$$\boxed{-\frac{1}{x^2-x}}$$

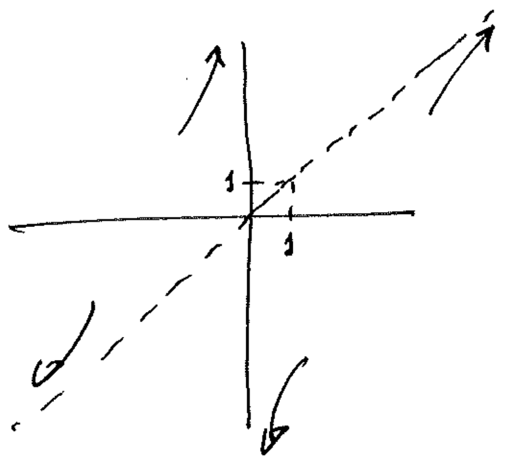
③ $\arctan(\cos 3x) = \dfrac{(\cos 3x)'}{1+\cos^2 3x} = \dfrac{-\operatorname{sen}3x\cdot(3)}{1+\cos^2 3x} = \boxed{\dfrac{-3\operatorname{sen}3x}{1+\cos^2 3x}}$

④ a)

A.V: $x=0$

$\lim\limits_{x\to 0^-}\dfrac{x^2-1}{x} = \left[\dfrac{-1}{0^-}\right] = +\infty$

$\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{x^2-1}{x} = \left[\dfrac{-1}{0^+}\right] = -\infty$



A. oblicuas

$$m = \lim_{x\to\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x\to\infty} \frac{x^2-1}{x^2} = 1$$

$$n = \lim_{x\to\infty} f(x) - mx = \lim_{x\to\infty} \frac{x^2-1}{x} - x = \lim_{x\to\infty} \frac{x^2-1-x^2}{x} = \lim_{x\to\infty} \frac{-1}{x} = 0$$

Así, la asíntota oblicua es $\boxed{y = x}$

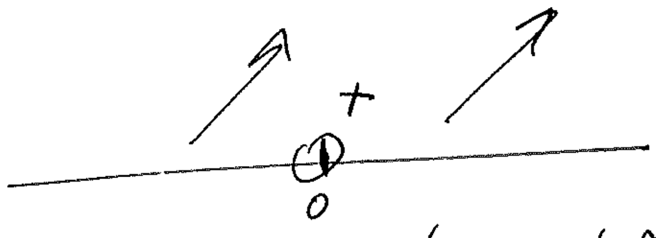
	$\frac{x^2-1}{x}$	$y=x$	
100	99'99	100	Por abajo en $+\infty$
−100	−99'99	−100	Por arriba en $-\infty$

b) Calculamos las 2 primeras derivadas:

$$f'(x) = \left(\frac{x^2-1}{x}\right)' = \frac{2x\,x-(x^2-1)}{x^2} = \frac{x^2+1}{x^2}$$

$$f''(x) = \left(\frac{x^2+1}{x^2}\right)' = \frac{2x\,x^2-(x^2+1)2x}{x^4} = \frac{2x^3-2x^3-2x}{x^4} = \frac{-2x}{x^4} = -\frac{2}{x^3}$$

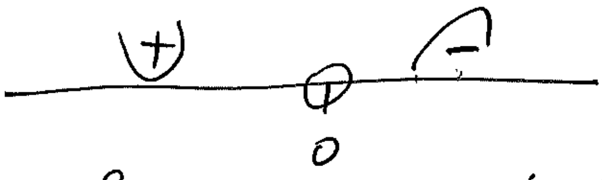
$$f'(x) = \frac{x^2+1}{x^2}$$



$f(x)$ creciente en $(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$

No tiene extremos

$$f''(x) = -\frac{2}{x^3}$$



f convexa en $(-\infty,0)$

f cóncava en $(0,+\infty)$

No tiene ptos inflexión.

⑤

$$\lim_{x\to\infty} \left(x - \sqrt{x^2+6x}\right) \cdot \frac{x+\sqrt{x^2+6x}}{x+\sqrt{x^2+6x}} = \lim_{x\to\infty} \frac{x^2-(x^2+6x)}{x+\sqrt{x^2+6x}}$$

$$= \lim_{x\to\infty} \frac{-6x}{x+\sqrt{x^2+6x}} = \lim_{x\to\infty} \frac{-6x}{x+x} = \lim_{x\to\infty} \frac{-6x}{2x} = \boxed{-3}$$

⑥

$$\begin{pmatrix} 3 & 2 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & -2 & -5 \\ 2 & 1 & 3 & 16 \end{pmatrix} \xrightarrow{I \leftrightarrow II} \begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 & -5 \\ 3 & 2 & -1 & 3 \\ 2 & 1 & 3 & 16 \end{pmatrix} \xrightarrow[2I-III]{3I-II} \begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 & -5 \\ 0 & 1 & -5 & -18 \\ 0 & 1 & -7 & -26 \end{pmatrix}$$

$$\xrightarrow[II-1III]{} \begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 & -5 \\ 0 & 1 & -5 & -18 \\ 0 & 0 & 2 & 8 \end{pmatrix} \qquad \left.\begin{aligned} x+y-2z &= -5 \\ y-5z &= -18 \\ 2z &= 8 \end{aligned}\right\}$$

$z = 4$

$y - 20 = -18 \Rightarrow y = 2$

$x + 2 - 8 = -5$

$x = -5 - 2 + 8 = 1$

solución $\boxed{\begin{array}{c} x=1,\ y=2,\ z=4 \\ (1,2,4) \end{array}}$

⑦ Función Cuadrática: $f(x) = ax^2 + bx + c$

Pasa por $O(0,0) \Rightarrow f(0) = 0$

$a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c = 0 \Rightarrow c = 0$

Pasa por $P(2,-4) \Rightarrow f(2) = -4$

$a \cdot 2^2 + b \cdot 2 + 0 = -4$

$4a + 2b = -4$

Tiene un extremo en $x = 2 \Rightarrow f'(2) = 0$

$f'(x) = 2ax + b$

$f'(2) = 2a \cdot 2 + b = 4a + b$

Así nos queda: $\left.\begin{array}{l} 4a + 2b = -4 \\ 4a + b = 0 \end{array}\right\}$

$b = -4$

$4a - 8 = -4 \Rightarrow 4a = 4$

$a = 1$

Así, la función en cuestión será:

$$\boxed{f(x) = x^2 - 4x}$$