

 Departamento de Ciencias Curso 2025-2026	Matemáticas 1 1ºBC	
		Extraordinaria
	septiembre de 2026	
NOMBRE: _____		
ACLARACIONES PREVIAS: No se evaluará nada escrito en esta hoja. Poner el nombre en cada una de las hojas. Numerar las hojas. El examen debe hacerse a bolígrafo negro o azul, no evaluándose nada escrito a lápiz. Se permite la calculadora. El orden de realización es indiferente, aunque todos los apartados del mismo ejercicio deben ir juntos. Tiempo: 90 minutos. PUNTUACIÓN: La especificada		

Calcula la función derivada de cada una de las siguientes funciones, simplificando cuando sea posible (**1 punto cada una**)

1. $f(x) = \cos^2 \sqrt{2x^3}$
2. $f(x) = \arctan(2x^3)$
3. $f(x) = \ln \frac{1}{\sqrt{6x-2}}$
4. $f(x) = \sqrt[3]{\frac{x^2}{1-x^2}}$

5. Resuelve por Gauss (**2 puntos**)

$$\left. \begin{array}{l} 3x + 2y - z = 3 \\ x + y - 2z = -5 \\ 2x + y + 3z = 16 \end{array} \right\}$$

6. Calcula los siguientes límites (**1 punto cada uno**)

a) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x+3} - \sqrt{x})$

b) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x^2 - 5x}{x^2 - 3x}$

7. Dada la función: $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 3}{x - 1}$, calcula (**2 puntos**):

Curvatura, puntos de inflexión y asíntotas

RESOLUCION

$$\textcircled{1} (\cos^2 \sqrt{2x^3})' = 2 \cos \sqrt{2x^3} \cdot (\cos \sqrt{2x^3})' = \boxed{-2 \cos \sqrt{2x^3} \cdot \sin \sqrt{2x^3} \cdot \frac{3x}{\sqrt{2x}}}$$

$$(\cos \sqrt{2x^3})' = -\sin \sqrt{2x^3} \cdot (\sqrt{2x^3})' = -\sin \sqrt{2x^3} \cdot \frac{3x}{\sqrt{2x}}$$

$$(\sqrt{2x^3})' = \frac{6x^2}{2\sqrt{2x^3}} = \frac{3x^2}{\sqrt{2x^3}} = \frac{3x^2}{x\sqrt{2x}} = \frac{3x}{\sqrt{2x}}$$

$$= \frac{-6x \cos \sqrt{2x^3} \sin \sqrt{2x^3}}{\sqrt{2x}}$$

$$\textcircled{2} (\arctan(2x^3))' = \frac{1}{1+(2x^3)^2} \cdot (2x^3)' = \frac{6x^2}{1+4x^6}$$

$$\textcircled{3} \left(\ln \frac{1}{\sqrt{6x-2}} \right)' = \left(\ln (6x-2)^{-1/2} \right)' = \left(-\frac{1}{2} \ln(6x-2) \right)' =$$

$$-\frac{1}{2} \frac{6}{6x-2} = \boxed{-\frac{3}{6x-2}}$$

$$\textcircled{4} \left[\left(\frac{x^2}{1-x^2} \right)^{1/3} \right]' = \frac{1}{3} \left(\frac{x^2}{1-x^2} \right)^{-2/3} \left(\frac{x^2}{1-x^2} \right)' =$$

$$\left(\frac{x^2}{1-x^2} \right)' = \frac{2x(1-x^2) - x^2(-2x)}{(1-x^2)^2} = \frac{2x - 2x^3 + 2x^3}{(1-x^2)^2}$$

$$= \frac{2x}{(1-x^2)^2}$$

$$\frac{1}{3} \left(\frac{x^2}{1-x^2} \right)^{-2/3} \cdot \frac{2x}{(1-x^2)^2} = \boxed{\frac{2x}{3 \sqrt{\left(\frac{x^2}{1-x^2} \right)^2 (1-x^2)^2}}}$$

(5)

$$\begin{cases} 3x + 2y - z = 3 \\ x + y - 2z = -5 \\ 2x + y + 3z = 16 \end{cases} \rightarrow \begin{pmatrix} 3 & 2 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & -2 & -5 \\ 2 & 1 & 3 & 16 \end{pmatrix} \xrightarrow{I \leftrightarrow II} \begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 & -5 \\ 3 & 2 & -1 & 3 \\ 2 & 1 & 3 & 16 \end{pmatrix}$$

$$\begin{matrix} 3I - II \\ 2I - III \end{matrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 & -5 \\ 0 & 1 & -5 & -18 \\ 0 & 1 & -7 & -26 \end{pmatrix} \quad \begin{matrix} \\ II - III \end{matrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 & -5 \\ 0 & 1 & -5 & -18 \\ 0 & 0 & 2 & 8 \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} x + y - 2z = -5 \\ y - 5z = -18 \\ 2z = 8 \end{cases}$$

$$z = 4$$

$$y - 20 = -18 \rightarrow y = 2$$

$$x + 2 - 8 = -5$$

$$x - 6 = -5 \rightarrow x = 1$$

Solution: $x=1, y=2, z=4$
(1, 2, 4)

+ $(\infty - \infty)$

(6)

$$a) \lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x+3} - \sqrt{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(\sqrt{x+3} - \sqrt{x})(\sqrt{x+3} + \sqrt{x})}{\sqrt{x+3} + \sqrt{x}} =$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x+3-x}{\sqrt{x+3} + \sqrt{x}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3}{\sqrt{x} + \sqrt{x}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3}{2\sqrt{x}} = \frac{3}{\infty} = \frac{3}{\infty} = 0$$

$$b) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x^2 - 5x}{x^2 - 3x} = \left[\frac{18 - 15}{0} \right] = \left[\frac{3}{0} \right]$$

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{2x^2 - 5x}{x(x-3)} = \frac{3}{0^-} = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{2x^2 - 5x}{x(x-3)} = \frac{3}{0^+} = +\infty \end{cases}$$

⑦ Calcularemos primero las asíntotas:

$$f(x) = \frac{x^2 - 3x + 3}{x - 1}$$

A-H: $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty \rightarrow$ No tiene.

A. Verticales: $x - 1 = 0 \Rightarrow \boxed{x = 1}$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2 - 3x + 3}{x - 1} = \left[\frac{1}{-0} \right] = -\infty$$

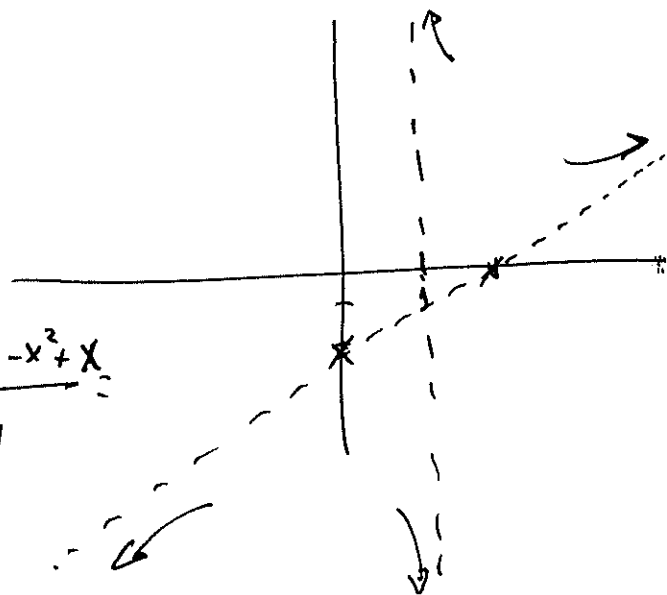
$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2 - 3x + 3}{x - 1} = \left[\frac{1}{+0} \right] = +\infty$$

A. oblicua:

$$m = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 3x + 3}{x^2 - x} = 1$$

$$n = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 3x + 3}{x - 1} - x = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 3x + 3 - x^2 + x}{x - 1}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-2x + 3}{x - 1} = -2$$



Ec. asíntota oblicua: $y = x - 2$

$$\begin{array}{r} 0 \\ 2 \overline{) -2} \\ 0 \end{array}$$

	$\frac{x^2 - 3x + 3}{x - 1}$	$y = x - 2$
100	98'01	98
-100	-102'0099	-102

Por arriba en $+\infty$

Por abajo en $-\infty$

Vámonos ahora a calcular curvatura e inflexión:

$$f'(x) = \left(\frac{x^2 - 3x + 3}{x-1} \right)' = \frac{(2x-3)(x-1) - (x^2 - 3x + 3)}{(x-1)^2} =$$

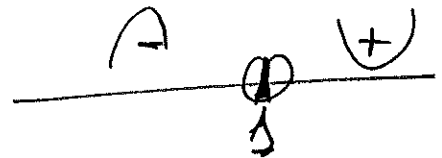
$$\frac{2x^2 - 2x - 3x + 3 - x^2 + 3x - 3}{(x-1)^2} = \frac{x^2 - 2x}{(x-1)^2}$$

$$f''(x) = \left(\frac{x^2 - 2x}{(x-1)^2} \right)' = \frac{(2x-2)(x-1)^2 - (x^2 - 2x)2(x-1)}{(x-1)^4} =$$

$$\frac{(2x-2)(x-1) - 2(x^2 - 2x)}{(x-1)^3} = \frac{2x^2 - 2x - 2x^2 + 4x}{(x-1)^3} =$$

$$\frac{2}{(x-1)^3}$$

$$x-1=0 \Rightarrow x=1$$



$f(x)$ convexa (V) en $(1, +\infty)$

$f(x)$ cóncava (Λ) en $(-\infty, 1)$

No tiene punto de inflexión, porque el 1 no está en el dominio.